



1. (12 баллов) Найдите наименьшее натуральное значение n , удовлетворяющее уравнению $\sin n^\circ = \sin(2021n)^\circ$.

2. (12 баллов) В правильной четырёхугольной пирамиде $ABCD$ площадь основания совпадает с площадью боковой грани и равна 1. M – точка пересечения медиан грани CDS . Точка N лежит на прямой AM и $AN:NM=3:4$. Найдите сумму расстояний от точки N до всех граней пирамиды.

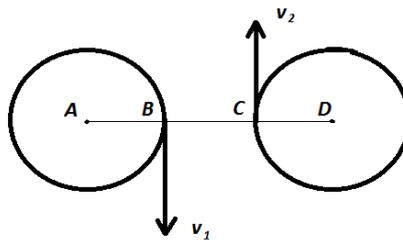
3. (12 баллов) В зависимости от параметра $a > 1$ найдите решение системы

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 1}\sqrt{y^2 - 1} = a^2 - 1, \\ y^{(x-a)^2} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\log_x y - 1}. \end{cases}$$

4. (14 баллов) В бесконечной последовательности цифр 2, 0, 1, 9, ... каждая цифра, начиная с пятой, равна последней цифре суммы предшествующих четырёх цифр этой последовательности. Встретятся ли в этой последовательности:

а) подряд числа 4, 3, 2, 1; б) вторично четвёрка 2, 0, 1, 9 (в этом же порядке)?

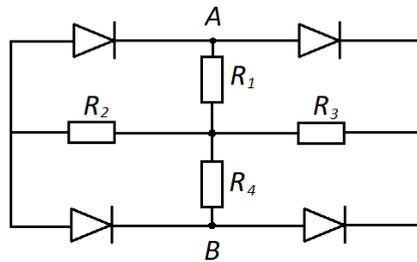
5. (10 баллов) Два автомобиля двигаются по окружностям одинакового радиуса с одинаковыми по модулю скоростями $v_1 = v_2 = v$. Известно, что $AB=BC=CD=R$. Определите скорость v_2 второго автомобиля в системе отсчёта, связанной с первым автомобилем в момент времени, указанный на рисунке.



6. (15 баллов) К колесу радиусом $R=0,1$ м с горизонтально расположенной осью прикрепили на ободе маленький грузик массой $m=1$ кг. Найдите массу колеса M , предполагая её однородно распределённой по ободу, если частота малых колебаний колеса вокруг оси равна $\omega=5$ рад/с. Ускорение свободного падения $g=10$ м/с².

7. (15 баллов) Два моля идеального газа находятся в цилиндрическом вертикальном сосуде под лёгким поршнем. Известно, что при изменении температуры газа от 27°C до 127 °C местоположение поршня не меняется. Определите объём занимаемый газом в этом температурном интервале. Атмосферное давление 10^5 Па.

8. (10 баллов) В изображённой на рисунке электрической схеме сопротивления резисторов $R_1=1$ Ом, $R_2=2$ Ом, $R_3=3$ Ом, и $R_4=4$ Ом. Считайте, что сопротивления всех диодов в прямом направлении пренебрежимо малы, а в обратном направлении равны бесконечности. Определите сопротивление всей схемы между точками A и B в ситуации, когда к точке A подключают положительный полюс источника тока, а к точке B – отрицательный. Сопротивление соединительных проводов пренебрежимо мало.





Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

11 класс

Заключительный тур
Вариант 2

2020-2021

1. (12 баллов) Найдите наименьшее натуральное значение n , удовлетворяющее уравнению $\sin n^\circ + \sin(2021n)^\circ = 0$.

2. (12 баллов) В правильной четырёхугольной пирамиде $ABCD$ площадь основания совпадает с площадью боковой грани и равна 4. M – точка пересечения медиан грани CDS . Точка N лежит на прямой AM и $AN:NM=2:3$. Найдите сумму расстояний от точки N до всех граней пирамиды.

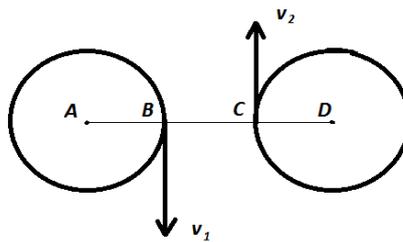
3. (12 баллов) В зависимости от параметра $a > 2$ найдите решение системы

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 4}\sqrt{y^2 - 4} = a^2 - 4, \\ y^{(x-a)^2} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\log_x y - 1}. \end{cases}$$

4. (14 баллов) В бесконечной последовательности цифр 2, 0, 2, 1, ... каждая цифра, начиная с пятой, равна последней цифре суммы предшествующих четырёх цифр этой последовательности. Встретятся ли в этой последовательности:

а) подряд числа 9, 8, 7, 6; б) вторично четвёрка 2, 0, 2, 1 (в этом же порядке)?

5. (10 баллов) Два автомобиля двигаются по окружностям одинакового радиуса со скоростями $v_1 = v$ и $v_2 = 2v$. Известно, что $AB=BC=CD=R$. Определите скорость v_2 второго автомобиля в системе отсчёта, связанной с первым автомобилем в момент времени, указанный на рисунке.



6. (15 баллов) К колесу радиусом $R=0,2$ м с горизонтально расположенной осью прикрепили на ободе маленький грузик массой $m=0,5$ кг. Найдите массу колеса M , предполагая её однородно распределённой по ободу, если частота малых колебаний колеса вокруг оси равна $\omega=5$ рад/с. Ускорение свободного падения $g=10$ м/с².

7. (15 баллов) Три моля идеального газа находятся в цилиндрическом вертикальном сосуде под лёгким поршнем. Известно, что при изменении температуры газа от 27°C до 177°C местоположение поршня не меняется. Определите объём занимаемый газом в этом температурном интервале. Атмосферное давление 10^5 Па.

8. (10 баллов) В изображённой на рисунке электрической схеме сопротивления резисторов $R_1=1$ Ом, $R_2=2$ Ом, $R_3=3$ Ом, и $R_4=4$ Ом. Считайте, что сопротивления всех диодов в прямом направлении пренебрежимо малы, а в обратном направлении равны бесконечности. Определите сопротивление всей схемы между точками A и B в ситуации, когда к точке A подключают отрицательный полюс источника тока, а к точке B – положительный. Сопротивление соединительных проводов пренебрежимо мало.

