

**Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»  
по естественным наукам**

**10 класс**

**Заключительный тур  
Вариант 1**

**2020-2021**

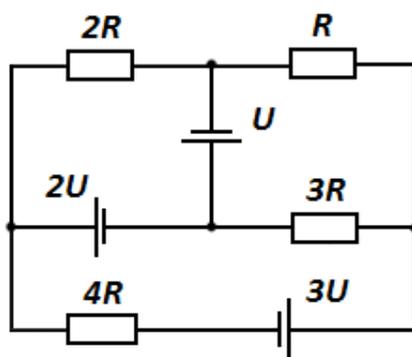
1. (11 баллов) Известно, что  $\cos\alpha + \cos\beta = c \neq 0$ ,  $\sin\alpha + \sin\beta = s \neq 0$ . Выразите  $\cos(\alpha + \beta)$  через  $c$  и  $s$ .

2. (12 баллов) Пусть  $ABCD$  – трёхзвенная ломаная в пространстве, все звенья которой равны и  $\angle BCD = 90^\circ$ . Найдите расстояние от точки  $A$  до середины  $BD$ , если  $AD=2$ .

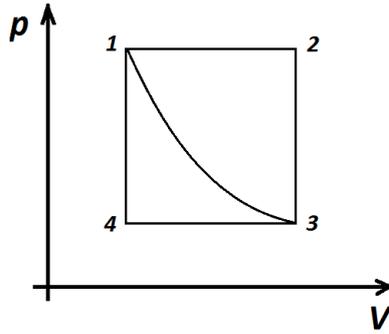
3. (13 баллов) Дан набор действительных чисел  $x_1, x_2, \dots, x_{2k+1}$ . Для произвольной нечётной степени  $m$  большей 2021 известно, что  $x_1^m + x_2^m + \dots + x_{2k+1}^m = 0$ . Докажите, что произведение этих чисел равно 0.

4. (14 баллов) При каких значениях параметра  $a$  каждое из уравнений  $x^2 + ax + 2021 = 0$  и  $x^2 + 2021x + a = 0$  имеет два целых корня?

5. (15 баллов) Найдите ток, протекающий через резистор с сопротивлением  $3R$  в цепи, схема которой изображена на рисунке. Все батарейки идеальные, напряжение  $U=5$  В, сопротивление  $R=100$  Ом.



6. (15 баллов) С одноатомным идеальным газом провели два цикла: 1-2-3-1, коэффициент полезного действия которого  $\eta_1$ , и 1-3-4-1, коэффициент полезного действия которого  $\eta_2$ . Известно, что изменение температуры  $\Delta T$  в процессах 4-1 и 1-2 одинаковое. Определите КПД цикла 1-2-3-4-1. Процесс 3-1 – адиабатный.



7. (10 баллов) Жёсткий стержень  $AB$  длиной 100 см скользит по горизонтальной поверхности. Известно, что в данный момент времени скорость точки  $A$  равная 5 м/с направлена точно в сторону точки  $B$ . Найдите значение скорости точки  $B$ , если известно, что она направлена под углом  $60^\circ$  к стержню.

8. (10 баллов) На тонкую линзу падает нормально параллельный пучок света. За линзой на расстоянии 80 см от неё располагается экран, на котором видно круглое пятно определенного диаметра. Если экран передвинуть на 40 см, то на экране вновь будет видно пятно такого же диаметра. Определите фокусное расстояние линзы.

**Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»  
по естественным наукам**

**10 класс**

**Заключительный тур  
Вариант 2**

**2020-2021**

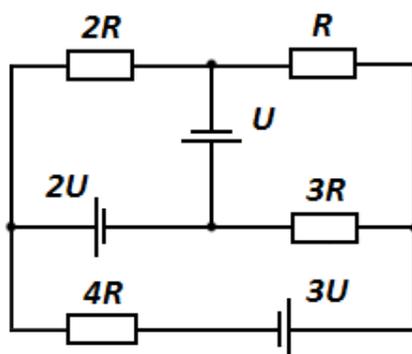
1. (11 баллов) Известно, что  $\cos\alpha + \cos\beta = c \neq 0$ ,  $\sin\alpha + \sin\beta = s \neq 0$ . Выразите  $\sin(\alpha + \beta)$  через  $c$  и  $s$ .

2. (12 баллов) Пусть  $ABCD$  – трёхзвенная ломаная в пространстве, все звенья которой равны и  $\angle BCD = 90^\circ$ . Найдите расстояние от точки  $A$  до середины  $BD$ , если  $AD = 1$ .

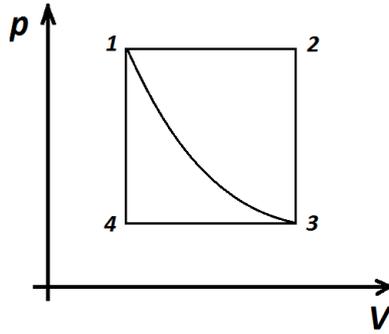
3. (13 баллов) Дан набор действительных чисел  $x_1, x_2, \dots, x_{2k+1}$ . Для произвольной нечётной степени  $m$  большей 2020 известно, что  $x_1^m + x_2^m + \dots + x_{2k+1}^m = 0$ . Докажите, что произведение этих чисел равно 0.

4. (14 баллов) При каких значениях параметра  $a$  каждое из уравнений  $x^2 + ax + 2020 = 0$  и  $x^2 + 2020x + a = 0$  имеет два целых корня?

5. (15 баллов) Найдите ток, протекающий через резистор с сопротивлением  $4R$ , в цепи, схема которой изображена на рисунке. Все батарейки идеальные, напряжение  $U = 10$  В, сопротивление  $R = 10$  Ом.



6. (15 баллов) С двухатомным идеальным газом провели два цикла: 1-2-3-1, коэффициент полезного действия которого  $\eta_1$ , и 1-3-4-1, коэффициент полезного действия которого  $\eta_2$ . Известно, что изменение температуры  $\Delta T$  в процессах 4-1 и 1-2 одинаковое. Определите КПД цикла 1-2-3-4-1. Процесс 3-1 – адиабатный.



7. (10 баллов) Жёсткий стержень  $AB$  длиной 50 см скользит по горизонтальной поверхности. Известно, что в данный момент времени скорость точки  $A$  равная 4 м/с направлена точно в сторону точки  $B$ . Найдите значение скорости точки  $B$ , если известно, что она направлена под углом  $30^\circ$  к стержню.

8. (10 баллов) На тонкую линзу падает нормально параллельный пучок света. За линзой на расстоянии 120 см от неё располагается экран, на котором видно круглое пятно определённого диаметра. Если экран передвинуть на 60 см, то на экране вновь будет видно пятно такого же диаметра. Определите фокусное расстояние линзы.