



1. (12 баллов) На городской ратуше имеются два колокола, которые бьют каждый час в течение одной минуты. Колокола начинают бить одновременно. Интервалы между ударами для этих колоколов соответственно составляют  $\frac{4}{3}$  секунды и  $\frac{5}{3}$  секунды. Совпавшие по времени удары воспринимаются как один. Сколько ударов туристы услышат за одну минуту, включая первый и последний?

**Ответ:** 73.

**Решение.** Первый колокол за минуту сделает  $60: \frac{4}{3} + 1 = 46$  ударов. Второй колокол за минуту сделает  $60: \frac{5}{3} + 1 = 37$  ударов. Удары колоколов совпадают через  $\frac{20}{3}$  секунды, а всего они совпадут  $60: \frac{20}{3} + 1 = 10$  раз. Значит, туристы услышат  $46+37-10=73$  удара.

**Оценивание.** За верное решение 12 баллов.

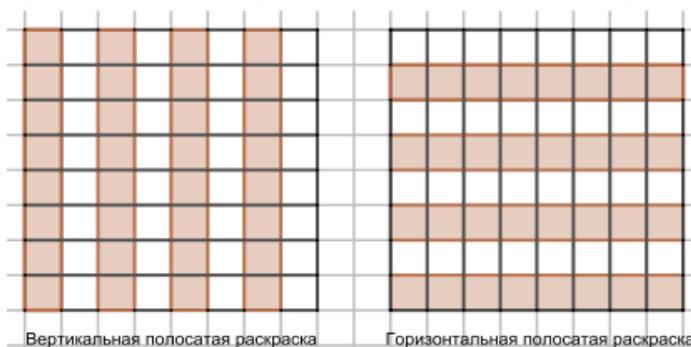
2. (12 баллов) В понедельник в школьную библиотеку пришло 9 человек, во вторник – 8, в среду – 11, в четверг – 7, в пятницу – 10. Никто из учеников не был в библиотеке два дня подряд. Какое наименьшее количество учеников побывало в библиотеке с понедельника по пятницу?

**Ответ:** 19.

**Решение.** Во вторник и среду было 19 человек. Никто не ходил в библиотеку два дня подряд. Следовательно, учеников, посетивших библиотеку не меньше 19. Приведем пример посещения библиотеки 19 учениками. Занумеруем учеников от 1 до 19. Пусть в понедельник пришли ученики с 1 по 9; во вторник – с 10 по 17; в среду – с 1 по 9, 18, 19; в четверг – с 10 по 16; в пятницу – с 1 по 9 и 18. Конечно, подобный пример – не единственный.

**Оценивание.** За верное решение 12 баллов. Если приведена только оценка – 8 баллов. За верный ответ без попытки обоснования 3 балла.

3. (13 баллов) Клетки шахматной доски покрашены в чёрный и белый цвет. Допустима операция: любые три клетки, образующие угол из трёх клеток, можно перекрасить в противоположный цвет. Можно ли с помощью таких операций перейти от горизонтальной полосатой раскраски к вертикальной полосатой раскраске?



**Ответ:** можно.

**Решение.** Покажем, что от любой раскраски можно перейти к любой другой раскраске. Рассмотрим уголки, расположенные внутри квадрата:

$a$	$b$
$d$	$c$

Если применить операции к уголкам

$a$	$b$
	$c$

	$b$
$d$	$c$

$a$	
$d$	$c$

то окажется, что цвет поменяет только клетка  $c$ , а остальные сохранят свой цвет. В роли клетки  $c$  может выступать любая клетка поля. Поэтому можно получить любую раскраску.

**Оценивание.** За верное решение 14 баллов.

**4. (13 баллов)** Некоторое пятизначное число, записанное различными цифрами, умножили на 4. В результате получилось число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите это число, если известно, что его последняя цифра 8.

**Ответ:** 21978.

**Решение:** Число начинается на 1 и 2, иначе при умножении на 4 получится 6-значное число. Но при умножении на 4 оно не может заканчиваться на 1. Значит, число  $\overline{2abc8} \cdot 4 = \overline{8cba2}$ . Теперь  $a$ . Оно меньше 3 и не равно 2 (уже есть), и не равно 0 (иначе число справа не делится на 4). Значит,  $a=1$  и  $\overline{21bc8} \cdot 4 = \overline{8cb12}$ . Далее найдём  $c$ . Число  $4c+3$  должно оканчиваться на 1. Значит  $c$  равно или 2, или 7. Но 2 уже есть, тогда  $c=7$  и  $\overline{21b78} \cdot 4 = \overline{87b12}$ . Осталось определить  $b$ . Имеем  $4b + 3 = \overline{3b}$ , откуда  $b=9$ . Число  $21978 \cdot 4 = 87912$  (проверка).

**Оценивание.** За верное решение 13 баллов, за верный ответ без решения 2 балла.

**5. (15 баллов)** Грузоподъёмность нефтяного танкера 14310 тонн. Нефть загружают на танкер со скоростью 1500 баррелей в минуту. Плотность нефти  $0,9 \text{ г/см}^3$ . Сколько времени займёт полная загрузка танкера? Один баррель равен 159 литрам.

**Ответ:** 4000 секунд.

**Решение.** Объём нефти загружаемой ежесекундно:  $\frac{1500 \text{ баррелей} \cdot 159 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{60 \text{ секунд}}$ .  
(5 баллов)

Масса:  $m = \rho V = \frac{900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 1500 \text{ баррелей} \cdot 159 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{60 \text{ секунд}} = 3577,5 \frac{\text{кг}}{\text{с}}$ . (5 баллов)

Время погрузки:  $t = \frac{14310 \cdot 10^3 \text{ кг}}{3577,5 \frac{\text{кг}}{\text{с}}} = 4000 \text{ секунд}$ . (5 баллов)

**6. (10 баллов)** Если Вася отправился в гости к другу на велосипеде, а обратно вернулся пешком, то он потратил на всю дорогу 1 час. В другой раз проехав и туда, и обратно на велосипеде, он затратил на весь путь 20 минут. Сколько времени он затратит на дорогу, если и туда, и обратно он пройдёт пешком?

**Ответ:** 100 минут.

**Решение.** В первом случае всё затраченное время:  $60 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}$ . (3 балла)

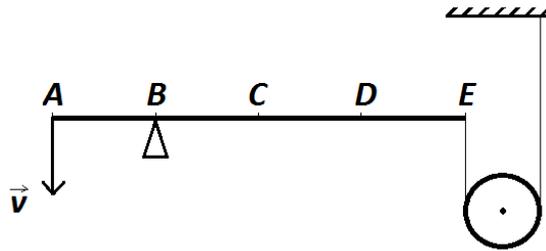
Во втором случае всё затраченное время:  $20 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_1}$ . (3 балла)

В результате получаем:  $\frac{s}{v_1} = 10$ . (1 балла)

В третьем случае всё затраченное время:

$t = \frac{2s}{v_2} = 2\left(60 - \frac{s}{v_1}\right) = 2(60 - 10) = 100$  минут. (3 балла)

7. (10 баллов) Лёгкий стержень  $AE$  опирается на неподвижную опору в точке  $B$ . К правому концу стержня привязана лёгкая нерастяжимая нить, которая через однородный подвижный блок прикреплена к потолку. Известно, что  $AB=BC=CD=DE$ . Определите скорость центра блока в тот момент, когда левый конец стержня движется вертикально вниз со скоростью  $v=4$  м/с.



**Ответ:** 6 м/с.

**Решение.** Стержень поворачивается относительно точки  $B$ . (2 балла)

Следовательно, скорость точки  $E$ :  $v_E = 3v = 12$  м/с. (4 балла)

Скорость центра блока:  $v_{\text{ц}} = \frac{1}{2}v_E = 6$  м/с. (4 балла)

8. (15 баллов) Куб состоит из восьми одинаковых кубиков меньшего размера. Два маленьких кубика заменили на такие же по размеру, но с большей в два раза плотностью. Определите отношение начальной и конечной плотностей большого куба.

**Ответ:** 0,8.

**Решение.** Связь массы и объёма:  $m = \rho V$ , (3 балла)

то есть новые кубики, при том же объёме, в два раза тяжелей.

Начальная плотность:  $\rho_{\text{нач}} = \frac{8m_0}{8V_0}$ . (4 балла)

Конечная плотность:  $\rho_{\text{кон}} = \frac{6m_0 + 2m_1}{8V_0} = \frac{6m_0 + 2 \cdot 2m_0}{8V_0} = \frac{10m_0}{8V_0}$ . (5 балла)

Окончательный результат:  $\frac{\rho_{\text{нач}}}{\rho_{\text{кон}}} = \frac{8}{10} = 0,8$ . (3 балла)



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»  
по естественным наукам

7 класс

Заключительный тур  
Вариант 2

2020-2021

1. (12 баллов) На городской ратуше имеются два колокола, которые бьют каждый час в течение одной минуты. Колокола начинают бить одновременно. Интервалы между ударами для этих колоколов соответственно составляют  $\frac{5}{3}$  секунды и 2 секунды. Совпавшие по времени удары воспринимаются как один. Сколько ударов туристы услышат за одну минуту, включая первый и последний?

**Ответ:** 61.

**Решение.** Первый колокол за минуту сделает  $60: \frac{5}{3} + 1 = 37$  ударов. Второй колокол за минуту сделает  $60: 2 + 1 = 31$  удар. Удары колоколов совпадают через 10 секунд, а всего они совпадут  $60: 10 + 1 = 7$  раз. Значит, туристы услышат  $37+31-7=61$  удар.

**Оценивание.** За верное решение 12 баллов.

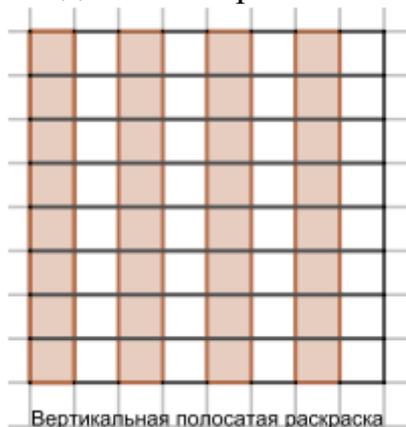
2. (12 баллов) В понедельник в школьную библиотеку пришло 8 человек, во вторник – 9, в среду – 11, в четверг – 7, в пятницу – 11. Никто из учеников не был в библиотеке два дня подряд. Какое наименьшее количество учеников побывало в библиотеке с понедельника по пятницу?

**Ответ:** 20.

**Решение.** Во вторник и среду было 20 человек. Никто не ходил в библиотеку два дня подряд. Следовательно, учеников, посетивших библиотеку не меньше 20. Приведем пример посещения библиотеки 20 учениками. Занумеруем учеников от 1 до 20. Пусть в понедельник пришли ученики с 1 по 8; во вторник – с 9 по 17; в среду – с 1 по 8, 18, 19, 20; в четверг – с 9 по 15; в пятницу – с 1 по 8, 16, 17, 18. Конечно, подобный пример – не единственный.

**Оценивание.** За верное решение 12 баллов. Если приведена только оценка – 8 баллов. За верный ответ без попытки обоснования 3 балла.

3. (13 баллов) Клетки шахматной доски покрашены в чёрный и белый цвет. Допустима операция: любые три клетки, образующие уголок из трёх клеток, можно перекрасить в противоположный цвет. Можно ли с помощью таких операций перейти от традиционной (шахматной) раскраски доски к вертикальной полосатой раскраске?



**Ответ:** можно.

**Решение.** Покажем, что от любой раскраски можно перейти к любой другой раскраске. Рассмотрим уголки, расположенные внутри квадрата:

$a$	$b$
$d$	$c$

Если применить операции к уголкам

$a$	$b$		$b$	
	$c$	$d$	$c$	$a$

то окажется, что цвет поменяет только клетка  $c$ , а остальные сохранят свой цвет. В роли клетки  $c$  может выступать любая клетка поля. Поэтому можно получить любую раскраску.

**Оценивание.** За верное решение 13 баллов.

**4. (13 баллов)** Некоторое пятизначное число, записанное различными цифрами, умножили на 4. В результате получилось число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите это число, если известно, что его первая цифра 2.

**Ответ:** 21978.

**Решение:** По условию задачи имеем: число  $\overline{2abcd} \cdot 4 = \overline{dcba2}$ . Тогда  $d$  – или 8 или 9. Но  $9 \cdot 4$  оканчивается на 6. Тогда  $d=8$  и  $\overline{2abc8} \cdot 4 = \overline{8cba2}$ . Теперь  $a$ . Оно меньше 3 и не равно 2 (уже есть), и не равно 0 (иначе число справа не делится на 4). Значит,  $a=1$  и  $\overline{21bc8} \cdot 4 = \overline{8cb12}$ . Далее найдём  $c$ . Число  $4c+3$  должно оканчиваться на 1. Значит  $c$  равно или 2, или 7. Но 2 уже есть, тогда  $c=7$  и  $\overline{21b78} \cdot 4 = \overline{87b12}$ . Осталось определить  $b$ . Имеем  $4b + 3 = \overline{3b}$ , откуда  $b=9$ . Число  $21978 \cdot 4 = 87912$  (проверка).

**Оценивание.** За верное решение 14 баллов, за верный ответ без решения 2 балла.

**5. (15 баллов)** Грузоподъёмность нефтяного танкера 28620 тонн. Нефть загружают на танкер со скоростью 750 баррелей в минуту. Плотность нефти  $0,9 \text{ г/см}^3$ . Сколько времени займёт полная загрузка танкера? Один баррель равен 159 литрам?

**Ответ:** 16000 секунд.

**Решение.** Объём нефти загружаемой ежесекундно:  $\frac{750 \text{ баррелей} \cdot 159 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{60 \text{ секунд}}$ .  
**(5 баллов)**

$$\text{Масса: } t = \rho V = \frac{900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 750 \text{ баррелей} \cdot 159 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{60 \text{ секунд}} = 1788,75 \frac{\text{кг}}{\text{с}}. \quad \text{(5 баллов)}$$

$$\text{Время погрузки: } t = \frac{28620 \cdot 10^3 \text{ кг}}{1788,75 \frac{\text{кг}}{\text{с}}} = 16000 \text{ секунд}. \quad \text{(5 баллов)}$$

**6. (10 баллов)** Если Вася отправился в гости к другу на велосипеде, а обратно вернулся пешком, то он потратил на всю дорогу полтора часа. В другой раз проехав и туда, и обратно на велосипеде, он затратил на весь путь 30 минут. Сколько времени он затратит на дорогу, если и туда, и обратно он пройдёт пешком?

**Ответ:** 150 минут.

**Решение.** В первом случае всё затраченное время:  $90 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}$ . **(3 балла)**

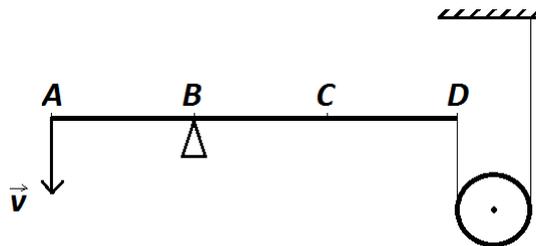
Во втором случае всё затраченное время:  $30 = \frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_1}$ . (3 балла)

В результате получаем:  $\frac{s}{v_1} = 15$ . (1 балла)

В третьем случае всё затраченное время:

$t = \frac{2s}{v_2} = 2\left(90 - \frac{s}{v_1}\right) = 2(90 - 15) = 150$  минут. (3 балла)

7. (10 баллов) Лёгкий стержень  $AD$  опирается на неподвижную опору в точке  $B$ . К правому концу стержня привязана лёгкая нерастяжимая нить, которая через однородный подвижный блок прикреплена к потолку. Известно, что  $AB=BC=CD$ . Определите скорость центра блока в тот момент, когда левый конец стержня движется вертикально вниз со скоростью  $v=5$  м/с.



**Ответ:** 5 м/с.

**Решение.** Стержень поворачивается относительно точки  $B$ . (2 балла)

Следовательно, скорость точки  $D$ :  $v_D = 2v = 10$  м/с. (4 балла)

Скорость центра блока:  $v_{ц} = \frac{1}{2}v_D = 5$  м/с. (4 балла)

8. (15 баллов) Куб состоит из восьми одинаковых кубиков меньшего размера. Два маленьких кубика заменили на такие же по размеру, но с большей в три раза плотностью. Определите отношение конечной и начальной плотностей большого куба.

**Ответ:** 1,5.

**Решение.** Связь массы и объёма:  $m = \rho V$ , (3 балла)

то есть новые кубики, при том же объёме, в три раза тяжелей.

Начальная плотность:  $\rho_{нач} = \frac{8m_0}{8V_0}$ . (4 балла)

Конечная плотность:  $\rho_{кон} = \frac{6m_0+2m_1}{8V_0} = \frac{6m_0+2\cdot 3m_0}{8V_0} = \frac{12m_0}{8V_0}$ . (5 балла)

Окончательный результат:  $\frac{\rho_{кон}}{\rho_{нач}} = \frac{12}{8} = 1,5$ . (3 балла)