



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

9 класс

Заключительный этап
Вариант 1

2018–2019

1. Андрей ехал на автомобиле в аэропорт соседнего города. Через час езды со скоростью 60 км/ч он понял, что если не изменит скорости, то опоздает на 20 мин. Тогда он резко увеличил скорость, в результате чего оставшуюся часть пути преодолел со средней скоростью 90 км/ч и приехал в аэропорт на 20 мин раньше, чем планировал первоначально. Каково расстояние от дома Андрея до аэропорта?

2. Пусть

$$\sqrt{49 - a^2} - \sqrt{25 - a^2} = 3.$$

Вычислите значение выражения

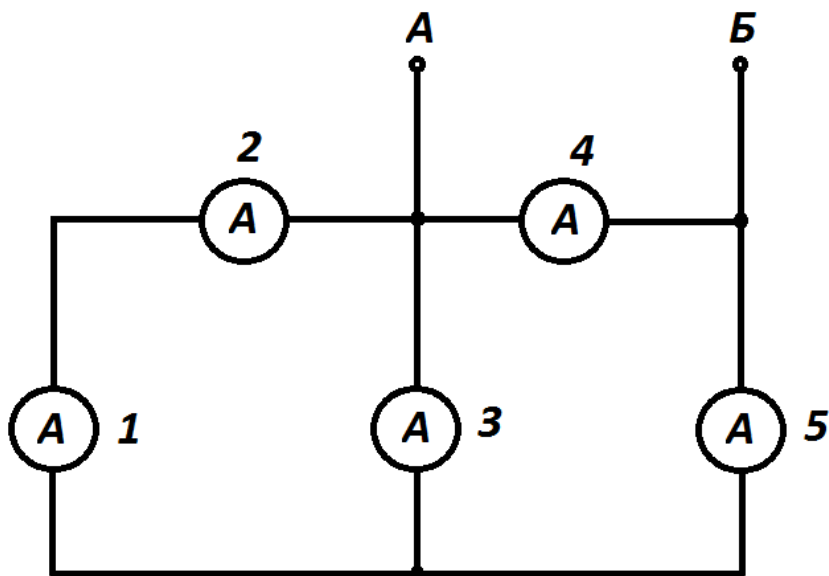
$$\sqrt{49 - a^2} + \sqrt{25 - a^2}.$$

3. Пусть D — середина гипотенузы BC прямоугольного треугольника ABC . На катете AC выбрана такая точка M , что $\angle AMB = \angle CMD$.
Найдите отношение $\frac{AM}{MC}$.

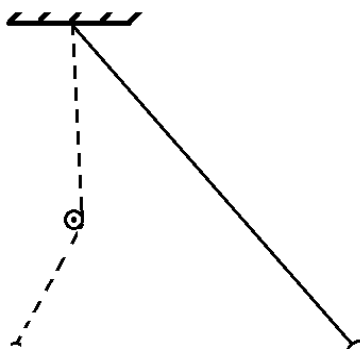
4. Пусть $f(x) = x^3 + 3x^2 + 5x + 7$. Найдите многочлен $g(x)$ наименьшей степени такой, что

$$f(3) = g(3), \quad f(3 - \sqrt{3}) = g(3 - \sqrt{3}), \quad f(3 + \sqrt{3}) = g(3 + \sqrt{3}).$$

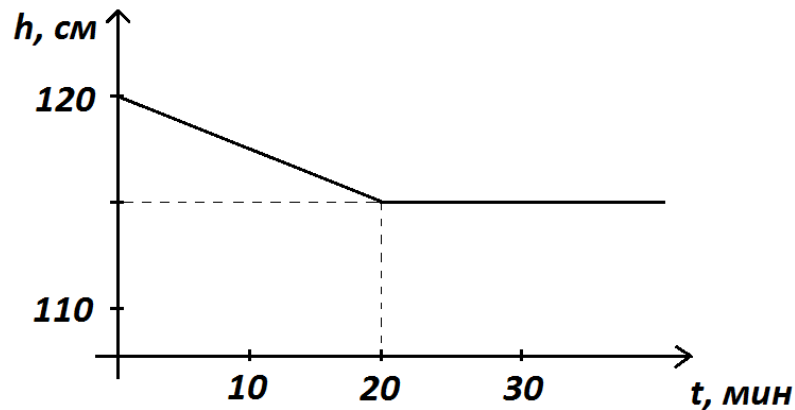
5. (10 баллов) Пять одинаковых неидеальных амперметров соединены так, как показано на рисунке. К точкам A и B подсоединяют идеальный источник питания. Определите сумму показаний всех амперметров, если известно, что показания первого амперметра $I_1 = 2 \text{ мА}$.



6. (15 баллов) Математический маятник подвешен вблизи вертикальной стены и колеблется в плоскости, параллельной стене. В стену вбит тонкий гвоздь так, что середина нити маятника наталкивается на него каждый раз, когда маятник проходит положение равновесия справа налево. Найдите длину нити, если период колебаний такого маятника (с помехой в виде гвоздя) $T = 2,41 \text{ с}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



7. (15 баллов) В цилиндрическом сосуде на дне намерз лёд. Его температура 0°C . Сверху налита вода, взятая при той же температуре. Сосуд внесли в тёплое помещение. Зависимость уровня воды в сосуде от времени приведена на графике. Определите исходные массы льда и воды. Площадь основания сосуда $S = 15 \text{ см}^2$, плотность воды $\rho_w = 1 \text{ г/см}^3$, плотность льда $\rho_l = 0,9 \text{ г/см}^3$.



8. (10 баллов) Имеются две лёгкие пружины равной длины, но с разными жёсткостями. Пружины поставили вертикально одна на другую. Сверху положили груз массой $m = 100 \text{ г}$. В результате, конструкция оказалась сжата на $x_1 = 12,5 \text{ мм}$. После этого пружины поставили рядом друг с другом и опять сверху положили тот же груз. В этом случае конструкция оказалась сжата на $x_2 = 2 \text{ мм}$. Найдите жёсткости пружин. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
по естественным наукам

9 класс

Заключительный этап
Вариант 2

2018–2019

1. Виктор ехал на автомобиле в аэропорт соседнего города. Через полчаса езды со скоростью 60 км/ч он понял, что если не изменит скорости, то опоздает на 15 мин. Тогда он увеличил скорость, в результате чего оставшуюся часть пути преодолел со средней скоростью 80 км/ч и приехал в аэропорт на 15 мин раньше, чем планировал первоначально. Каково расстояние от дома Виктора до аэропорта?

2. Пусть

$$\sqrt{25 - a^2} - \sqrt{9 - a^2} = 3.$$

Вычислите значение выражения

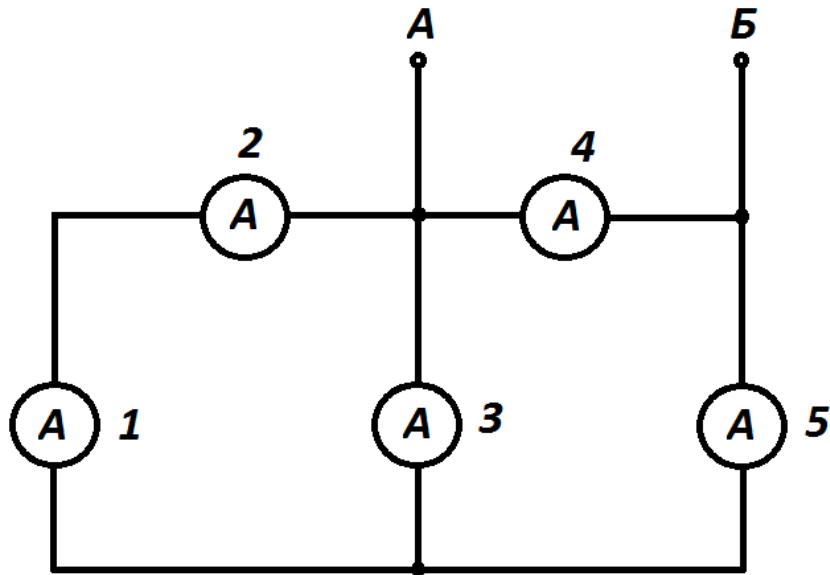
$$\sqrt{25 - a^2} + \sqrt{9 - a^2}.$$

3. Пусть D — середина гипотенузы BC прямоугольного треугольника ABC . На катете AC выбрана такая точка M , что $\angle AMB = \angle CMD$.
Найдите отношение $\frac{BM}{MD}$.

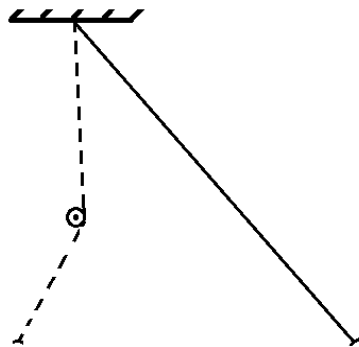
4. Пусть $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x - 7$. Найдите многочлен $g(x)$ наименьшей степени такой, что

$$f(2) = g(2), \quad f(2 - \sqrt{2}) = g(2 - \sqrt{2}), \quad f(2 + \sqrt{2}) = g(2 + \sqrt{2}).$$

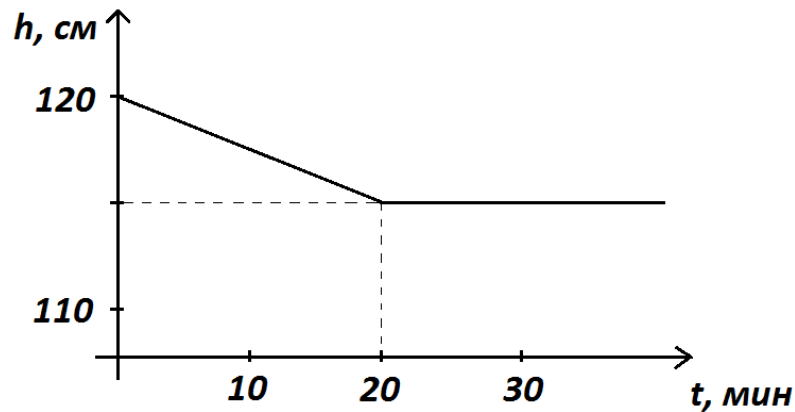
5. (10 баллов) Пять одинаковых амперметров соединены так, как показано на рисунке. К точкам A и B подсоединяют идеальный источник питания. Определите сумму показаний всех амперметров, если известно, что показания второго амперметра $I_2 = 4 \text{ мА}$.



6. (15 баллов) Математический маятник подвешен вблизи вертикальной стены и колеблется в плоскости, параллельной стене. В стену вбит тонкий гвоздь так, что середина нити маятника наталкивается на него каждый раз, когда маятник проходит положение равновесия справа налево. Найдите период колебаний такого маятника, если длина его нити равна $l = 2 \text{ м}$. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.



7. (15 баллов) В цилиндрическом сосуде на дне намерз лёд. Его температура 0°C . Сверху налита вода, взятая при той же температуре. Сосуд внесли в тёплое помещение. Зависимость уровня воды в сосуде от времени приведена на графике. Определите исходные массы льда и воды. Площадь основания сосуда $S = 15 \text{ см}^2$, плотность воды $\rho_в = 1 \text{ г/см}^3$, плотность льда $\rho_л = 0,9 \text{ г/см}^3$.



8. (10 баллов) Имеются две легкие пружины равной длины, но с разными жёсткостями. Пружины поставили вертикально одна на другую. Сверху положили груз массой $m = 3 \text{ кг}$. В результате, конструкция оказалась сжата на $x_1 = 40 \text{ см}$. После этого пружины поставили рядом друг с другом и опять сверху положили тот же груз. В этом случае конструкция оказалась сжата на $x_2 = 7,5 \text{ см}$. Найдите жёсткости пружин. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.