



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда» по естественным наукам

Отборочный этап

10 класс

2018-2019

Вариант 1

Задания, ответы и критерии оценивания

1. (16 баллов) Свежие грибы содержат по массе 90% воды, а сухие – 12% воды. Сколько кг сухих грибов получится из 22 кг свежих грибов?

Ответ: 2,5 кг

Решение. Сухого вещества в свежих грибах 2,2 кг, что составляет 88% в сухих грибах. Составив соответствующую пропорцию, найдём вес сухих грибов.

2. (17 баллов) Медианы, проведённые из вершин A и B треугольника ABC , перпендикулярны друг другу. Найдите площадь квадрата со стороной AB , если $BC=28$, $AC=44$.

Ответ: 544

Решение. Пусть D – середина BC , E – середина AC , M – точка пересечения медиан. Положим $MD=a$, $ME=b$. Тогда $AM=2a$, $BM=2b$. Из прямоугольных треугольников BMD и AME соответственно имеем $a^2 + 4b^2 = BD^2 = 14^2$ и $4a^2 + b^2 = AE^2 = 22^2$. Сложив полученные равенства, после деления на 5 получим $a^2 + b^2 = 136$. Отсюда $AB^2 = AM^2 + BM^2 = 4(a^2 + b^2) = 544$.

3. (17 баллов) В клетчатом прямоугольнике 4×5 нужно поставить 5 крестиков так, чтобы в каждой строке и каждом столбце был хотя бы один крестик. Сколько способов это сделать?

Ответ: 240

Решение. Из условия следует, что в какой-то строке помечено две клетки (а в остальных по одной). Эту строку можно выбрать 4 способами, а два крестика в ней $5 \cdot 4 / 2 = 10$ способами. Оставшиеся три крестика выбираются $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ способами. По правилу произведения, всего получится $4 \cdot 10 \cdot 6 = 240$ вариантов.

4. (20 баллов) Мяч бросили с поверхности Земли под углом 45° со скоростью $v_0 = 20 \text{ м/с}$. За какое время вектор скорости мяча повернется на угол 90° ? Соппротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Ответ: $\approx 2,83 \text{ с}$.

Решение. Фактически, в задаче требуется найти всё время полета мяча. Координата y мяча меняется по закону:

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \sin 45^\circ t - \frac{gt^2}{2} = 10\sqrt{2} \cdot t - 5t^2 = 0.$$

Отсюда получаем, что $t = 2\sqrt{2} \approx 2,83 \text{ с}$.

5. (15 баллов) Массивная вертикальная плита закреплена на автомобиле, который движется со скоростью 4 м/с . Навстречу летит мяч со скоростью 5 м/с относительно Земли. Определите скорость мяча относительно Земли после абсолютно упругого нормального удара.

Ответ: 13 м/с

Решение. Систему отсчёта свяжем с плитой. Относительно данной системы отсчёта мяч летит со скоростью $5 \text{ м/с} + 4 \text{ м/с} = 9 \text{ м/с}$. После абсолютно упругого удара, скорость мяча относительно плиты также 9 м/с . Следовательно, относительно Земли скорость мяча $9 \text{ м/с} + 4 \text{ м/с} = 13 \text{ м/с}$.

6. (15 баллов) Два одинаковых резистора R_0 соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения. Параллельно одному из резисторов подключен идеальный вольтметр. Его показания $U = 9 \text{ В}$. Если вольтметр заменить идеальным амперметром, то его показания окажутся равными $I = 2 \text{ А}$. Определите значение R_0 .

Ответ: 9 Ом

Решение. Напряжение, выдаваемое источником, равно $U_{\text{общ}} = 2U = 18 \text{ В}$. Во втором случае ток течёт только через один из резисторов. Следовательно,

$$R_0 = \frac{U_{\text{общ}}}{I} = 9 \text{ Ом}.$$



Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда» по естественным наукам

Отборочный этап

10 класс

2018-2019

Вариант 2

Задания, ответы и критерии оценивания

1. (16 баллов) Свежие грибы содержат по массе 80% воды, а сухие – 20% воды. Сколько кг сухих грибов получится из 20 кг свежих грибов?

Ответ: 5 кг

Решение. Сухого вещества в свежих грибах 4 кг, что составляет 80% в сухих грибах. Составив соответствующую пропорцию, найдём вес сухих грибов.

2. (17 баллов) Медианы, проведённые из вершин A и B треугольника ABC , перпендикулярны друг другу. Найдите площадь квадрата со стороной AB , если $BC=36$, $AC=48$.

Ответ: 720

Решение. Пусть D – середина BC , E – середина AC , M – точка пересечения медиан. Положим $MD=a$, $ME=b$. Тогда $AM=2a$, $BM=2b$. Из прямоугольных треугольников BMD и AME соответственно имеем $a^2+4b^2=BD^2=18^2$ и $4a^2+b^2=AE^2=24^2$. Сложив полученные равенства, после деления на 5 получим $a^2+b^2=180$. Отсюда $AB^2=AM^2+BM^2=4(a^2+b^2)=720$.

3. (17 баллов) В клетчатом прямоугольнике 3×4 нужно поставить 4 крестика так, чтобы в каждой строке и каждом столбце был хотя бы один крестик. Сколько способов это сделать?

Ответ: 36

Решение. Из условия следует, что в какой-то строке помечено две клетки (а в остальных по одной). Эту строку можно выбрать 3 способами, а два крестика в ней $4 \cdot 3/2 = 6$ способами. Оставшиеся два крестика выбираются двумя способами. По правилу произведения, всего получится $3 \cdot 6 \cdot 2 = 36$ вариантов.

4. (20 баллов) Мяч бросили с поверхности Земли под углом 30° со скоростью $v_0 = 20$ м/с. За какое время вектор скорости мяча повернётся на угол 60° ? Соппротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Ответ: $t = 2$ с

Решение. Фактически, в задаче требуется найти всё время полета мяча.

Координата y мяча меняется по закону:

$$y = v_{0y}t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \sin 30^\circ t - \frac{gt^2}{2} = 10 \cdot t - 5t^2 = 0$$

Отсюда получаем, что: $t = 2 \text{ с}$.

5. (15 баллов) Массивная вертикальная плита закреплена на автомобиле, который движется со скоростью 5 м/с . Навстречу летит мяч со скоростью 6 м/с относительно Земли. Определите скорость мяча относительно Земли после абсолютно упругого нормального удара.

Ответ: 16 м/с

Решение. Систему отсчёта свяжем с плитой. Относительно данной системы отсчёта мяч летит со скоростью $5 \text{ м/с} + 6 \text{ м/с} = 11 \text{ м/с}$. После абсолютно упругого удара, скорость мяча относительно плиты также 11 м/с . Следовательно, относительно Земли скорость мяча $11 \text{ м/с} + 5 \text{ м/с} = 16 \text{ м/с}$

6. (15 баллов) Два одинаковых резистора R_0 соединены последовательно и подключены к источнику постоянного напряжения. Параллельно одному из резисторов подключен идеальный вольтметр. Его показания $U = 2 \text{ В}$. Если вольтметр заменить идеальным амперметром, то его показания окажутся равными $I = 4 \text{ А}$. Определите значение R_0 .

Ответ: 1 Ом

Решение. Напряжение, выдаваемое источником, равно $U_{\text{общ}} = 2U = 4 \text{ В}$. Во втором случае ток течёт только через один из резисторов. Следовательно,

$$R_0 = \frac{U_{\text{общ}}}{I} = 1 \text{ Ом}$$