



Многопрофильная инженерная олимпиада
«Звезда»
по естественным наукам
Заключительный этап
2016–2017 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

6 класс

Вариант I

1. На доске написаны в ряд 99 единиц. Можно ли между некоторыми из них поставить знаки + и – так, чтобы значение получившегося выражения было равно 2017?

Ответ: можно.

Решение. Можно знаки расставить так:

$1111-111+1111-111+11+11-1-1-1-1-1+1-1+1-1+\dots+1-1.$

Оценивание. За верный пример 12 б.

2. Кран с холодной водой заполняет ванну за 17 мин, а с горячей за 23 мин. Открыли кран с горячей водой. Через сколько минут нужно открыть кран с холодной водой, чтобы к тому моменту, как ванна будет заполнена полностью, в ней холодной и горячей воды было поровну?

Ответ: через 3 минуты.

Решение. Половина ванны заполняется горячей водой за 11,5 минут, а холодной водой за 8,5 минут. Значит, кран с горячей водой должен быть открыт на 3 минуты дольше.

Оценивание. За верное решение 12 б.

3. Некоторый механизм состоит из 30 деталей, часть которых крупные, часть — мелкие. Известно, что среди любых 12 взятых деталей обязательно найдется хотя бы одна мелкая, а среди любых 20 деталей — хотя бы одна крупная. Сколько каких деталей содержит механизм?

Ответ: 11 крупных деталей и 19 мелких.

Решение. Поскольку среди любых 12 деталей найдётся мелкая, крупных деталей не больше 11. Поскольку среди любых 20 деталей найдётся крупная, мелких деталей не больше 19. Если бы крупных деталей было меньше 11 или мелких — меньше 19, то всего деталей было бы меньше 30, а, по условию, их 30. Значит, крупных деталей 11, а мелких 19.

Оценивание. За верное решение 13 б. За верный ответ (без обоснования) 2 б. Если показана правильность ответа, но не обоснована его единственность, 6 б.

4. На прямой отметили несколько точек, в том числе точки A и B . Рассматриваются всевозможные отрезки с концами в отмеченных точках. Вася подсчитал, что точка A находится внутри 40 из этих отрезков, а точка B внутри 42 отрезков. Сколько точек было отмечено? (Концы отрезка не являются его внутренними точками.)

Ответ: 14.

Решение. Пусть по одну сторону от точки A находится a_1 точек, а по другую a_2 точек; по одну сторону точки B b_1 точек, а по другую b_2 точек. Можно считать, что $a_1 \leq a_2$, $b_1 \leq b_2$. Тогда $a_1 a_2 = 40$, $b_1 b_2 = 42$. При этом $a_1 + a_2 = b_1 + b_2$. Переберём всевозможные варианты разложения на множители чисел 40 и 42:

$$40 = 1 \cdot 40 = 2 \cdot 20 = 4 \cdot 10 = 5 \cdot 8; \quad 42 = 1 \cdot 42 = 2 \cdot 21 = 3 \cdot 14 = 6 \cdot 7.$$

Только в одном случае совпали суммы делителей этих двух чисел: $5 + 8 = 6 + 7$. Значит, $a_1 = 5$, $a_2 = 8$, $b_1 = 6$, $b_2 = 7$, а всего 14 точек.

Оценивание. За верное решение 13 б. За верный ответ (без обоснования) 2 б. Если показана правильность ответа, но не обоснована его единственность, 6 б.



Многопрофильная инженерная олимпиада
«Звезда»
по естественным наукам
Заключительный этап
2016–2017 уч. год

Задания, ответы и критерии оценивания

6 класс

Вариант II



1. На доске написаны в ряд 79 единиц. Можно ли между некоторыми из них поставить знаки + и – так, чтобы значение получившегося выражения было равно 2017?

Ответ: можно.

Решение. Можно знаки расставить так:

$1111-111+1111-111+11+11-1-1-1-1-1+1-1+1-1+\dots+1-1$.

Оценивание. За верный пример 12 б.

2. Кран с холодной водой заполняет ванну за 19 мин, а с горячей за 23 мин. Открыли кран с горячей водой. Через сколько минут нужно открыть кран с холодной водой, чтобы к тому моменту, как ванна будет заполнена полностью, в ней холодной и горячей воды было поровну?

Ответ: через 2 минуты.

Решение. Половина ванны заполняется горячей водой за 11,5 минут, а холодной водой за 9,5 минут. Значит, кран с горячей водой должен быть открыт на 2 минуты дольше.

Оценивание. За верное решение 12 б.

3. Некоторый механизм состоит из 25 деталей, часть которых крупные, часть — мелкие. Известно, что среди любых 12 взятых деталей обязательно найдется хотя бы одна мелкая, а среди любых 15 деталей — хотя бы одна крупная. Сколько каких деталей содержит механизм?

Ответ: 11 крупных деталей и 14 мелких.

Решение. Поскольку среди любых 12 деталей найдётся мелкая, крупных деталей не больше 11. Поскольку среди любых 15 деталей найдётся крупная, мелких деталей не больше 14. Если бы крупных деталей было меньше 11 или мелких — меньше 14, то всего деталей было бы меньше 25, а, по условию, их 25. Значит, крупных деталей 11, а мелких 14.

Оценивание. За верное решение 13 б. За верный ответ (без обоснования) 2 б. Если показана правильность ответа, но не обоснована его единственность, 6 б.

4. На прямой отметили несколько точек, в том числе точки A и B . Рассматриваются всевозможные отрезки с концами в отмеченных точках. Вася подсчитал, что точка A находится внутри 50 из этих отрезков, а точка B внутри 56 отрезков. Сколько точек было отмечено? (Концы отрезка не являются его внутренними точками.)

Ответ: 16.

Решение. Пусть по одну сторону от точки A находится a_1 точек, а по другую a_2 точек; по одну сторону точки B b_1 точек, а по другую b_2 точек. Можно считать, что $a_1 \leq a_2$, $b_1 \leq b_2$. Тогда $a_1 a_2 = 50$, $b_1 b_2 = 56$. При этом $a_1 + a_2 = b_1 + b_2$. Переберём всевозможные варианты разложения на множители чисел 50 и 56:

$$50 = 1 \cdot 50 = 2 \cdot 25 = 5 \cdot 10; \quad 56 = 1 \cdot 56 = 2 \cdot 28 = 4 \cdot 14 = 7 \cdot 8.$$

Только в одном случае совпали суммы делителей этих двух чисел: $5 + 10 = 7 + 8$. Значит, $a_1 = 5$, $a_2 = 10$, $b_1 = 7$, $b_2 = 8$, а всего 16 точек.

Оценивание. За верное решение 13 б. За верный ответ (без обоснования) 2 б. Если показана правильность ответа, но не обоснована его единственность, 6 б.