Многопрофильная инженерная олимпиада «ЗВЕЗДА»

Естественные науки (физика, математика)

ОЧНЫЙ ТУР

Задания, решения, критерии оценивания

2015-2016

Олимпиада школьников «Звезда»
Задачи по математике

6 марта 2016 г.

Решения и критерии оценивания

8 класс
Вариант 1

1. У старшего брата на 25% денег больше, чем у младшего. Какую долю своих денег должен старший отдать младшему, чтобы денег у них стало поровну?

Ответ: 1/10 или 10%.

Решение. Пусть у младшего x рублей. Тогда у старшего $1{,}25x$ рублей. Чтобы денег у них стало поровну, старший должен отдать младшему $0{,}125x$ рублей, что составляет 10% его денег.

Оценивание. За верное решение 10 баллов. Если в решении будет написано: «Пусть, к примеру, у младшего 100 руб. Тогда...», баллы не снижать!

2. Петя записал на доске натуральное число, а Вася стёр в нём первые две цифры. В результате число уменьшилось в 149 раз. Каким может быть Петино число, если известно, что оно нечётное?

Ответ: 745 или 3725.

Решение. Петино число представим в виде $10^k a + b$, где $10 \leqslant a \leqslant 99$, $b < 10^k$. По условию, $10^k a + b = 149b$. Отсюда $10^k a = 37 \cdot 4b$. Поскольку 10^k и 37 взаимно простые числа, число a должно делиться на 37. Из двухзначных чисел таким свойством обладают только 37 и 74.

Если $a = 37$, то $10^k = 4b$. Поскольку b нечётно, 10^k делится на 4, но не делится на 8. Стало быть, $k = 2$, $b = 25$, а искомое число 3725.

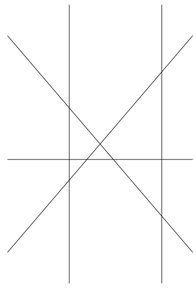
Если $a = 74$, то $10^k = 2b$. Поскольку b нечётно, 10^k делится на 2, но не делится на 4. Стало быть, $k = 1$, $b = 5$, а искомое число 745.

Оценивание. За верное решение 13 баллов. При отсутствии обоснований, что других решений нет, за каждый найденный ответ по 2 б.

3. Можно ли провести на плоскости 5 прямых так, чтобы никакие три из них не проходили через одну точку, а всего было а) ровно 11; б) ровно 9 точек пересечения?

Ответ: а) нет; б) да.

Решение. Наибольшее число точек пересечения получится, если среди прямых нет двух параллельных и никакие три прямые не проходят через одну точку. В этом случае на каждой из 5 прямых по 4 точки пересечения, а всего точек пересечения $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$, так как каждая точка пересечения принадлежит ровно двум прямым. Значит, 11 точек пересечения не может быть. А 9 может, если какие-то две прямые будут параллельны (пример показан на рис.)



Оценивание. За верное решение 13 баллов. Если сделан только один из пунктов, 6 баллов. В примере обязательно должно быть указано, что есть параллельные прямые! (Если какие-то три прямые пройдут через одну точку, то точек пересечения будет не более 8).

4. Петя поставил на поле для морского боя (его размер 10×10) корабль размером 1×4 (корабль может стоять и горизонтально, и вертикально). Сможет ли Вася, сделав 24 выстрела, наверняка его подбить?

Ответ: Да. Например, он может стрелять по таким клеткам

			*				*		
		*				*			
	*				*				*
*				*				*	
			*				*		
		*				*			
	*				*				*
*				*				*	
			*				*		
		*				*			

Оценивание. За верное решение 14 б.

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»

«Естественные науки»

Задачи по физике.

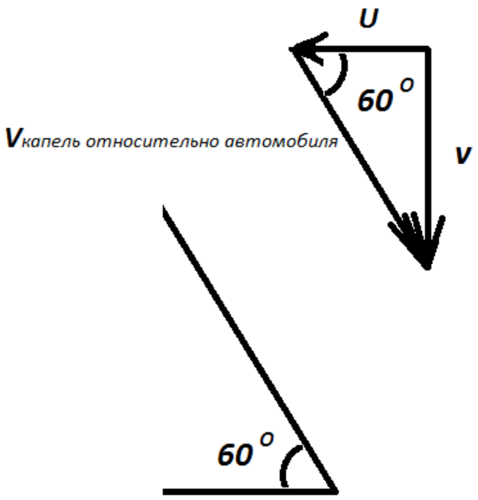
2015/16уч.г.

Задача №1 (10 баллов)

Капли дождя падают в безветренную погоду со скоростью $v = 2\ м/с$. Известно, что заднее стекло легкового автомобиля наклонено под углом $\alpha = 60^o$ к горизонту. С какой скоростью u должен ехать по горизонтальной ровной дороге автомобиль для того, чтобы его заднее стекло оставалось сухим?

Решение:

Чтобы стекло автомобиля оставалось сухим во время движения, капли относительно стекла должны двигаться параллельно **(5 баллов)**



Получаем, что:

$$u = \frac{v}{tg60^o} = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1{,}15\ м/с$$ **(3 балла)**

Получили, что автомобиль должен ехать со скоростью **не меньше, чем** $1{,}15\ м/с$

(2 балла)

Задача №2 (10 баллов)

Для транспортировки стальной трубы озером её заварили с двух сторон, чтобы она была водонепроницаема. Определить, при каком наименьшем внутреннем диаметре труба массой $100\ кг$ и длиной $5\ м$ не утонет. Плотность стали $\rho_{CT} = 7800\ кг/м^3$, плотность воды $\rho_B = 1000\ кг/м^3$.

Решение:

Для плавающей трубы:

$$F_A = mg$$

$$\rho_B g\left(V_{CT} + V_{ВОЗДУХА}\right) = mg$$ **(2 балла)**

$$\rho_B g\left(\frac{m}{\rho_{CT}} + V_{ВОЗДУХА}\right) = mg$$ **(2 балла)**

Получаем, что объем воздуха внутри трубы:

$$V_{ВОЗДУХА} = \frac{m}{\rho_B} - \frac{m}{\rho_{CT}} = \frac{100}{1000} - \frac{100}{7800} = \frac{68}{780}\ м^3$$ **(2 балла)**

Данный объем:

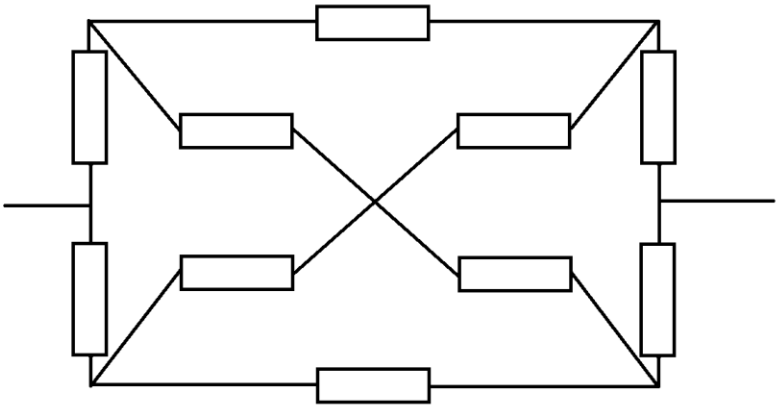
$$V_{ВОЗДУХА} = l \cdot S = l \cdot \frac{\pi D^2}{4}$$ **(2 балла)**

Т.е. искомый диаметр:

$$D = \sqrt{\frac{4V_{ВОЗДУХА}}{l \cdot \pi}} \approx 0{,}149\ м = \approx 15\ см$$ **(2 балла)**

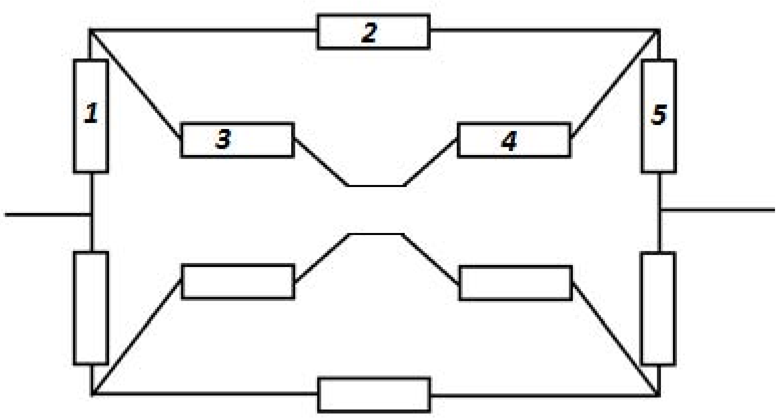
Задача №3 (15 баллов)

Определить сопротивление схемы, если она составлена из десяти одинаковых резисторов сопротивлением $R_0 = 10\ Ом$ каждый.



Решение:

Симметрия схемы позволяет её разрезать представленным ниже образом:



(5 баллов)

Дальше пользуемся формулами последовательного и параллельного соединений резисторов:

$R_{34} = 2R_0$ **(2 балла)**

$R_{234} = \frac{2}{3}R_0$ **(2 балла)**

$R_{12345} = \frac{8}{3}R_0$ **(2 балла)**

Окончательный результат:

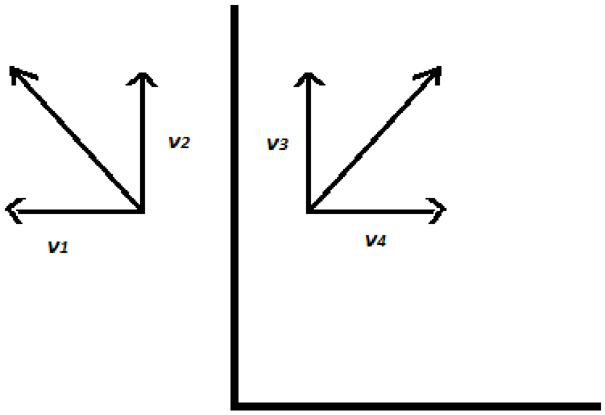
$R = \frac{4}{3}R_0 = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}\ Ом$ **(4 балла)**

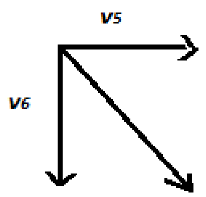
Задача №4 (15 баллов)

Материальная точка двигается в горизонтальной плоскости между двумя взаимно перпендикулярными вертикальными плоскими зеркалами. Её изображение в одном из зеркал удаляется от этого зеркала под углом α к его плоскости со скоростью $v = 1\ м/с$. Определить скорость одного изображения относительно другого.

Решение:

Любую из скоростей (точки, первого или второго изображения) можно разложить на две проекции:





(5 баллов)

Видно, что:

$v_1 = v_4 = v_5$ и $v_2 = v_3 = v_6$ **(5 баллов)**

Получаем, что скорость второго изображения направлена строго противоположно скорости первого.

Следовательно, **окончательный ответ:** $v_{12} = 2\ м/с$ **(5 баллов)**

Многопрофильная инженерная олимпиада «Звезда»
ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ
2016

29 марта 2016 года

ПРОТОКОЛ № 1
заседания жюри

ПРИСУТСТВОВАЛИ: Келлер А.В., Заляпин В.И., Замышляева А.А., Воронцов А.Г., Куц Д.А., Гусев А.В.

СЛУШАЛИ: о распределении баллов победителей и призеров олимпиады

ПОСТАНОВИЛИ:

11 класс
− считать победителями олимпиады и наградить дипломами 1 степени участников, набравших 100 − 90 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 2 степени участников, набравших 89 – 70 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 3 степени участников, набравших 69 – 45 баллов.

10 класс
− считать победителями олимпиады и наградить дипломами 1 степени участников, набравших 100 – 95 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 2 степени участников, набравших 94 – 70 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 3 степени участников, набравших 69 – 40 баллов.

9 класс
− считать победителями олимпиады и наградить дипломами 1 степени участников, набравших 100 – 90 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 2 степени участников, набравших 89 – 70 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 3 степени участников, набравших 69 – 40 баллов.

8 класс
− считать победителями олимпиады и наградить дипломами 1 степени участников, набравших 100 – 75 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 2 степени участников, набравших 74 – 65 баллов;
− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 3 степени участников, набравших 64 – 40 баллов.

7 **класс**

− считать победителями олимпиады и наградить дипломами 1 степени участников, набравших 100 − 90 баллов;

− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 2 степени участников, набравших 89 – 70 баллов;

− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 3 степени участников, набравших 69 – 40 баллов.

6 **класс**

− считать победителями олимпиады и наградить дипломами 1 степени участников, набравших 100 − 90 баллов;

− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 2 степени участников, набравших 89 – 80 баллов;

− считать призерами олимпиады и наградить дипломами 3 степени участников, набравших 79 – 40 баллов.

Председатели жюри:

____________________________ Келлер А.В.

____________________________ Воронцов А.Г.