

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»
Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2015-2016 уч.г.
Задания отборочного этапа
Математика
9 класс

Задача № 1.

Действительные числа a , b и c попарно различны и удовлетворяют равенствам: $a + 1/b = b + 1/c = c + 1/a$. Найдите $a^2b^2c^2$.

Задача № 2.

Сколько диагоналей у выпуклого многоугольника, число диагоналей которого в 2015 раз больше числа его сторон?

Задача № 3.

Первый член числовой последовательности равен 1, каждый из двух следующих равен 2, каждый из трех следующих за ними равен 3 и т.д. Чему равен 2015-й член этой последовательности?

Задача № 4.

Между числами $5/7$ и $6/7$ находится дробь m/n , $n > 0$. Какое наименьшее значение у знаменателя n ?

Задача № 5.

Какое наибольшее количество натуральных чисел от 1 до 2015 можно выбрать так, чтобы для любых различных трех из них сумма двух не равнялась третьему?

Задача № 6.

В арифметической прогрессии найти a_{10} , если $a_{25} - a_{20} = 10$, а $a_{16} = 13$.

Задача № 7.

Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 91. Если к этим членам прибавить, соответственно, 25, 27 и 1, то получатся три числа, образующих арифметическую прогрессию. Найти седьмой член данной геометрической прогрессии, если известно, что он больше 1.

Задача № 8.

Найдите все натуральные n и m , которые являются решениями уравнения $3^n - 3^m = 648$.
В ответе указать $n + m$.

Задача № 9.

Дана замкнутая ломанная из 2015 звеньев. Какое наибольшее число точек самопересечения может иметь такая линия? $3^n - 3^m = 648$

Задача № 10.

Известно, что число 123456789101112131415161718192* делится на 11. Какая цифра стоит на месте *?

Задача № 11.

Известно, что число 12345678910111213141516171819** делится на 101. Какие цифры стоят на месте **?

Задача № 12.

Конь (шахматная фигура) начал делать ходы из поля А1 и сделав число ходов, кратное 2015 оказался на исходном поле. Какое наименьшее число ходов он при этом должен сделать?

Задача № 13.

Среди решений уравнения $x^3 + y^3 = z^2$ в натуральных числах имеются решения, для которых $z > 100$. А какое наименьшее значение имеет z при этом условии?

Задача № 14.

В ребусе ЛЕТО = (Л + Е + Т + О)⁴ разные буквы означают разные цифры. Найти число в левой части ребуса.

Задача № 15.

В прямоугольном треугольнике с катетами 12 и 9 проведены биссектрисы меньшего угла и внешнего угла, прилегающего к нему. Эти биссектрисы и прямая, на которой находится меньший катет, образуют треугольник. Найти его площадь.

Задача № 16.

Шар стоит 10 рублей, куб - 50 рублей, а пирамида - 80 рублей. Какое наибольшее число шаров можно купить при условии, что всего нужно купить ровно 20 предметов и среди них должны быть предметы всех трех типов, а истратить на них нужно ровно 1000 рублей?

Задача № 17.

Пластиковый круг стоит 10 рублей, квадрат - 30 рублей, а треугольник - 60 рублей. Какое наибольшее число кругов можно купить при условии, что всего нужно купить ровно 20 предметов и среди них должны быть предметы всех трех типов, а истратить на них нужно ровно 500 рублей?

Задача № 18.

Первоклассница Маша, выходя из школы, каждый раз спускается со школьного крыльца по лестнице, имеющей 10 ступенек. Находясь вверху лестницы или на очередной ее ступеньке, она может либо спуститься на следующую ступеньку, либо перепрыгнуть через одну ступеньку вниз (перепрыгнуть через две или более ступенек Маша пока не может). Какое минимальное количество раз Маше нужно выйти из школы, чтобы спуститься с крыльца всеми возможными способами?

Задача № 19.

Сколько страниц в книжке, если для полной нумерации ее страниц (от первой до последней) потребовалось 996 цифр?

Задача № 20.

Найти наибольший общий множитель чисел $5^{2015} - 1$ и $5^{2013} - 1$.

Задача № 21.

Дана незамкнутая ломанная имеющая 19701 точку самопересечения. Какое наименьшее число звеньев может иметь такая линия?

Задача № 22.

Натуральные числа x, y, z удовлетворяют уравнению $x^2 + y^2 = z^8$. Найти z с наименьшим z . В ответе указать $x + y$.

Задача № 23.

Известно, что число $2015^{100} + x$ делится на 11. Какое наименьшее положительное значение имеет при этом x ?

Задача № 24.

Известно, что число $2015^{100} + x$ делится на 101. Какое наименьшее положительное значение имеет при этом x ?

Задача № 25.

Треугольник $ЛОМ$ с углом $\angle ЛОМ = 51$ градусо повернули на некоторый острый угол вокруг точки $О$. При этом точка $Л$ перешла в точку $Н$, лежащую на отрезке $ЛМ$, а точка $М$ - в такую точку $К$, что $ОМ \perp НК$. Найдите угол поворота (в градусах).