

Министерство образования и науки Российской Федерации
ФГАОУ ВО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»
Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2015-2016 уч.г.
Задания заключительного (очного) этапа
Математика
8 класс

Задание 1. (20 баллов)

На доске записано 30 чисел: 1, 2, ..., 30. За одну операцию разрешается стереть с доски любые два числа a , b , а вместо них записать числа $a + 2b$ и $b + 2a$. Может ли получиться так, что в результате нескольких операций на доске будут записаны 30 одинаковых чисел?

Задание 2. (20 баллов)

Докажите, что число $2^{10} + 5^{16}$ является составным.

Задание 3. (20 баллов)

Три стороны четырёхугольника в порядке обхода равны 7, 1 и 4. Найдите четвёртую сторону этого четырёхугольника, если известно, что его диагонали перпендикулярны.

Задание 4. (20 баллов)

Пусть a , b , c – длины сторон треугольника. Докажите неравенство

$$\frac{a^2 + 2bc}{b^2 + c^2} + \frac{b^2 + 2ac}{c^2 + a^2} + \frac{c^2 + 2ab}{a^2 + b^2} > 3$$

Задание 5. (20 баллов)

Докажите, что если $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, то $\frac{a^2 + b^2}{b^2 + c^2} = \frac{a}{c}$.