

**Министерство образования и науки Российской Федерации**  
**ФГАОУ ВПО «Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта»**  
**Олимпиада школьников «Будущее с нами» 2014/2015гг**

**Очный этап**  
**Математика**  
10 класс

**Задание 1. (7 баллов.)**

В каждую клетку квадратной таблицы размером  $25 \times 25$  вписано произвольно одно из чисел:  $+1$  и  $-1$ .

Под каждым из столбцов записывается произведение всех чисел данного столбца, а справа от каждой строки – произведение всех чисел данной строки.

Может ли сумма всех 50 произведений быть равной нулю?

**Задание 2. (7 баллов.)**

В треугольнике  $ABC$   $AD = l_a$  - биссектриса угла  $A$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$ .

Докажите, что:

$$l_a < \sqrt{bc}$$

**Задание 3. (7 баллов.)**

Найти сумму:

$$\frac{2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{2}{2013 \cdot 2014 \cdot 2015}$$

**Задание 4. (7 баллов.)**

Доказать, что при  $x \geq 0$  верно неравенство:

$$1 + x^{n+1} \geq \frac{(2x)^n}{(1+x)^{n-1}}$$

где  $n$  – натуральное число.

**Задание 5. (7 баллов.)**

Найдите площадь фигуры, образованной пересечением треугольников  $ABC$  и  $KMN$ , если их вершины имеют координаты:

$A(5; 0)$ ,  $B(2; 6)$ ,  $C(10; 10)$ ,  $K(11; 8)$ ,  $M(-3; 8)$ ,  $N(9; 0)$