Задачи заочного тура по математике для 10 класса 2014/2015 уч. год

Задача № 1

Пусть $f(x) = x^2 + 12x + 30$. Найти сумму корней уравнения $f(f(f(f(f(x))))) = 0$.

Ответ: -12

Задача № 2

Числа x и y удовлетворяют уравнениям: $x^3 - 3x^2 + 5x - 17 = 0$,

$y^3 - 3y^2 + 5y + 11 = 0$. Найдите значение выражения $x + y$.

Ответ: 2

Задача № 3

При каких положительных значениях a наименьшее значение функции $y = x^2 - 4ax + 45$ на промежутке $[-3; +\infty)$ равно 9?

Ответ: 9

Задача № 4

Вычислить сумму: $3 + 2\cdot3^2 + 3\cdot3^3 + \ldots + 19\cdot3^{19}$

Ответ: 32252755710

Задача № 5

Найдите сумму коэффициентов многочлена: $P(x) = 0{,}5(x^3-4x^2+2)^2(2x-1)^7(x^4+9)$

Ответ: 5

Задача № 6

Найти x + y, если выполнено равенство: $(x + 3y + 1)^2 + x^2 = 12y – 4$..

Ответ: -1

Комментарий (-2;1)

Задача № 7

Найдите правую границу множества значений функции $y = x^2 – 2x - |x^2 - 2x - 3|$.

$y = x^2 - 2x - \left|x^2 - 2x - 3\right|$.

Ответ: 3

Комментарий: $(-\infty,3]$

Задача № 8

При каком значении a выражение $x^2 + a^2/x^2 +2(x + a/x) + 5$ является полным квадратом?

Ответ: 2

Задача № 9

При каких a система двух уравнений $x^2 + y^2 = 2a$ и $|x + y| = 16$ имеет ровно два решения?

Ответ: 64

Задача № 10

Решить уравнение $x^2 + 5y^2 + 4xy + 2y + 1 = 0$ и в ответе указать сумму x + y.

Ответ: 1

Комментарий: левая часть преобразуется к виду: $(x + 2y)^2 + (y + 1)^2 = 0$. Сумма неотрицательных чисел $(x + 2y)^2$ и $(y + 1)^2$ может принимать нулевое значение только тогда, когда каждое из них равно нулю. Поэтому $(x+2y)^2=0$ и $(y+1)^2=0$. Отсюда y=-1 и x=2.

Задачи для 10 класса с выбором ответа

В автобусе ехало не более ста пассажиров, причем число сидящих пассажиров было в два раза больше числа стоящих. На остановке из автобуса вышло 4% всех пассажиров. Найдите число пассажиров, оставшихся в автобусе

70

72

74

76

Действительные числа x и y удовлетворяют соотношениям $x^2+xy+y^2=4,\ \ x^4+x^2y^2+y^4=8$. Найдите значение выражения $x^6+x^3y^3+y^6$

18

19

20

21

Боковые стороны *AD* и *BC* трапеции равны соответственно 10 и 24; при этом прямые *AD* и *BC* взаимно перпендикулярны. Найдите расстояние между серединами *AB* и *CD*

13

14

15

16

В треугольнике *ABC* проведены биссектрисы *AK* и *BM*. Найти угол *A* этого треугольника, если *AK*=*BM*=*AB*

32°

36°

30°

28°

В первом туре олимпиады приняло участие не более 300 школьников, причем число девочек оказалось в шесть раз больше числа мальчиков. Во второй тур прошло 32% всех участников. Найдите число участников, не прошедших во второй тур.

119

118

117

116

Действительные числа x и y удовлетворяют соотношению $x^2+xy+y^2=1$. Найдите значение выражения $x^4+y^4+(x+y)^4$

6

4

2

1

Однажды стрелок упражнялся в тире, где действует следующее правило: за каждое попадание в мишень стрелок получал два дополнительных бесплатных патрона, а за каждый промах у него забирали один патрон (если они еще были у стрелявшего). Сколько раз стрелок попал в цель, если после стрельбы выяснилось, что число попаданий равно числу оплаченных патронов, а выстрелить ему удалось 20 раз?

8

9

10

11

Попарно различные числа a,b,c удовлетворяют равенствам $a(b+c)+c=b(c+a)+a=c(a+b)+b$. Найдите произведение abc.

1

-1

-2

2

В школьном турнире по шахматам каждый участник сыграл с каждым по одной партии. Известно, что в ходе турнира был момент, когда не менее половины участников сыграли половину своих партий, не менее четверти – по одной четверти партий и не менее одной пятой участников сыграли по оной пятой части своих партий. Какое наименьшее число школьников могло участвовать в турнире?

39

40

41

42

Однажды стрелок упражнялся в тире, где действовало следующее правило: за каждое попадание в мишень стрелок получал два дополнительных бесплатных патрона, а за каждый промах у него забирали один патрон (если они еще были у стрелявшего). Стрелок запомнил, что стрелял он 15 или 16 раз а оплатил он 11 патронов. Определите число попаданий в цель

5

6

7

8

На новогоднем вечере обменивались подарками, так что по окончании вечера выяснилось, что каждый школьник получил подарок от каждого. Известно, что в ходе вечера был момент, когда не менее половины школьников получили по половине «ожидаемых подарков», не менее трети – по одной трети подарков, и не менее одной седьмой части школьников по одной седьмой «ожидаемых подарков». Какое наименьшее число школьников, могла участвовать в вечере?

81

83

85

87

Попарно различные числа a,b,c удовлетворяют равенствам $a^2-a-b=b^2-b-c=c^2-c-a$. Найдите произведение $(a+b)(b+c)(c+a)$..

-1

1

-2

2

Никакие два из действительных чисел a,b,c,d не равны друг другу. Известно, что a,b являются корнями уравнения $x^2-2cx-5d=0$, а c,d - корнями уравнения $x^2-2ax-5b=0$. Найдите сумму $a+b+c+d$ .2

30

32

34

36

Каково наименьшее число гирек в наборе, если этот набор можно разложить как на пять, так и на шесть кучек равной массы? (Массы гирек не должны быть равны или выражаться целым числом граммов)

8

10

12

14

В классе 30 учеников, каждый из которых или всегда врет (лжец) или всегда говорит правду (правдивый). Однажды ученики расселись за круглым столом, так что одним из двух соседей любого лжеца был лжец, а другой правдивый. При этом 18 учеников заявили, что оба соседа лжецы, а 12 –что один из соседей- точно лжец. Сколько правдивых учеников в классе?

8

10

12

14

Дано уравнение $x^2-5mx+84=0$. Найти сумму всех возможных натуральных чисел m, при которых уравнение имеет целые корни?

22

24

26

28

Дано уравнение $x^2-7nx+150=0$. Найти сумму всех возможных натуральных чисел n, при которых уравнение имеет целые корни?

10

12

14

16

Найдите все действительные числа a, при которых уравнение $x^2+(a-4)x+a^2-3a+3=0$ имеет два корня, сумма квадратов которых равна 6.

1

$\sqrt{2}$

$\sqrt{3}$

$\sqrt{5}$

На 10 блюдцах лежат конфеты, на всех разное количество конфет. Известно, что любое блюдце можно убрать, а конфеты из него разложить по оставшимся 9 блюдцам так, что на всех блюдцах будет равное количество конфет. Какое наименьшее число конфет первоначально может быть на блюдце с наибольшим количеством конфет ?

37

41

44

45

Вычислите значение суммы $\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{c^3}+\frac{c^3}{a^3}$, если известно, что $abc \neq 0$ и $\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}=4$, $\frac{a}{c}+\frac{c}{b}+\frac{b}{a}=5$?

13

11

9

7

Действительные числа x, y, z удовлетворяют соотношению $x^2+4y^2+z^2-4xy-4yz+2xz+2z-2x+2=0$. Какое из трех чисел наибольшее?

x

y

z

Действительные числа x и y удовлетворяют соотношению $x^3+y^3=27-9xy$. Найдите сумму всех возможных значений $x+y$.

0

-3

-5

-7