

## 2015-2016 УЧЕБНЫЙ ГОД

### Отборочный этап 7-8 класс

#### №1

Сестре Вани в  $n^2$  году будет  $n$  лет. Сколько ей сейчас.

*Решение:* Найдем  $n^2$  наиболее близкое к 2015. Это  $n = 45$ ,  $n^2 = 2025$ . В 2025 году сестре будет 45 лет, значит, она родилась в 1980 году. Сейчас в 2015 году ей 35 лет.

*Ответ:* 35 лет.

#### №2

Найдите все пары натуральных чисел, удовлетворяющих уравнению  
 $x^2 - y^2 = 2015$ .

*Решение:* Будем искать решение уравнения  $x^2 - y^2 = 2015$  в натуральных числах. Для этого разложим на множители 2015.

$$(x - y)(x + y) = 2015$$

$$(x - y)(x + y) = 5 \cdot 13 \cdot 31$$

Решим систему

$\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 403 \end{cases}$	$\begin{cases} x - y = 31 \\ x + y = 65 \end{cases}$	$\begin{cases} x - y = 13 \\ x + y = 155 \end{cases}$	$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 2015 \end{cases}$
$2x = 408$	$2x = 96$	$2x = 168$	$2x = 2016$
$x = 204$	$x = 48$	$x = 84$	$x = 1008$
$y = 199$	$y = 17$	$y = 71$	$y = 1007$

*Ответ:* (204;199), (48;17), (84;71), (1008;1007).

#### №3

В напиток, который любит пить Вася, вода составляет 98%. Маша не любит такой концентрированный напиток, и разбавляет напиток так, чтобы содержание воды в нем составило 99%. Сколько воды доливает Маша в стакан, вместимостью 200 мл.

*Решение:* 100 мл напитка Васи содержит 2% концентрата, т.е. 2 мл. Из 2 мл концентрата Маша может сделать 200 мл напитка, т.к. содержание концентрата в её напитке 1%.

Таким образом, Маша должна разбавить напиток Васи в 2 раза и, чтобы получить полный стакан в 200 мл, она должна долить к 100 мл Васиного напитка 100 мл воды.

*Ответ:* 100мл.

**№4.**

Вычислите:  $20152015^2 \cdot 20152016 \cdot 20152014$ .

*Решение:* Пусть  $20152015 = x$ , тогда  $20152016 = x + 1$ ,  $20152014 = x - 1$ .  
Значит получим  $x^2 - (x + 1)(x - 1) = x^2 - (x^2 - 1) = x^2 - x^2 + 1 = 1$ .

*Ответ:* 1.

**№5.**

Сколько существует двузначных чисел, в записи которых не употребляется цифра 1?

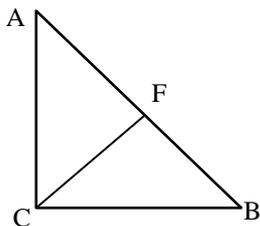
*Решение:* Таких чисел  $72 = 8 \cdot 9$ , поскольку на месте десятков у нас могут стоять 8 цифр (кроме 0 и 1), а на месте единиц 9 цифр (кроме 1).

*Ответ:* 72.

**№6.**

В каком треугольнике после проведения в нем одного отрезка можно получить все известные виды треугольников: равносторонний, равнобедренный, разносторонний, прямоугольный, остроугольный, тупоугольный?

*Решение:* Треугольник с углами  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$



$\triangle ABC$  – прямоугольный;  
 $\triangle CFB$  – остроугольный;  
 $\triangle AFC$  – тупоугольный;  
 $\triangle CFB$  – равносторонний;  
 $\triangle CFA$  – равнобедренный;  
 $\triangle ACB$  – разносторонний.