

11 класс

1. Когда одно из двух целых чисел увеличили в 1996 раз, а другое уменьшили в 96 раз, их сумма не изменилась. Чему может равняться их частное?
2. По прогнозам аналитиков в следующем году численность экономически активного населения (занятых и безработных) некоторого города увеличится на 4%, а число безработных уменьшится на 9%. Сколько процентов от числа экономически активного населения в следующем году будут составлять безработные, если в этом году их было 5,6%?
3. Решите неравенство

$$\log_{3+\sin x - \cos x} \left(3 - \frac{\cos 2x}{\cos x + \sin x} \right) \geq e^{\sqrt{x}}.$$

4. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD высота равна стороне основания. На боковых ребрах SD и SB пирамиды отмечены точки M и N соответственно так, что прямые AM и CN взаимно перпендикулярны. Докажите, что

$$2SA(SM+SN)=SA^2+SM \cdot SN.$$

5. Решить уравнение при всех значениях параметра a

$$3x^2 + 2ax - a^2 = \ln \frac{x-a}{2x}.$$

6. Во вписанном четырехугольнике ABCD окружность описанная около треугольника COD (O – точка пересечения диагоналей) проходит через центр описанной окружности четырехугольника ABCD. Докажите, что четырехугольник ABCD – трапеция.
7. Существуют ли 2016 последовательных натуральных чисел, среди которых есть ровно 16 простых чисел?

Заместитель председателя оргкомитета
олимпиады СКФУ «45 параллель»,
проректор по учебной работе,
доктор технических наук, профессор



В.И. Шипулин