

7 класс

7.1. Доказать, что любой треугольник можно разрезать на четыре равнобедренных треугольника.

Решение. Разрежем треугольник на два прямоугольных высотой, опущенной из вершины с наибольшим углом. Далее каждый из них разбивается на два равнобедренных медианой, соединяющей вершину прямого угла и середину гипотенузы.

7.2. Имеется 30 бревен длинами 3 и 4 м, суммарная длина которых равна 100 м. Каким числом распилов можно распилить бревна на чурбаны длиной 1 м? (Каждым распилом пилится ровно одно бревно.)

Решение.

Первое решение. Склеим все бревна в одно 100-метровое бревно. Чтобы его разделить на 100 частей, нужно сделать 99 распилов, из которых 29 уже было сделано.

Второе решение. Если было m трехметровых и n четырехметровых бревен, то $m + n = 30$, $3m + 4n = 100$, откуда $m = 20$, $n = 10$. Поэтому нужно сделать $20 \cdot 2 + 10 \cdot 3 = 70$ распилов.

Ответ. 70.

7.3. Найдите четырёхзначное число, у которого сумма первых трёх цифр равна 19, а сумма последних трёх цифр равна 27.

Решение. Из того, что сумма трёх цифр равна 27 следует, что все они - девятки.

Ответ. 1999.

7.4. Иван Иванович купил собаку. Саша думает, что эта собака – чёрный пудель, Паша считает её белой болонкой, а Маша – черным бультерьером. Известно, что каждый из ребят верно угадал либо породу, либо цвет шерсти собаки. Назовите породу собаки и цвет её шерсти.

Решение. Собака чёрная, т.е. цвет угадали Саша и Маша, т.к. иначе, они должны были бы угадать породу, а собака не может одновременно быть и пуделем и бультерьером. Следовательно, Паша угадал породу, т.е. собака болонка.

7.5. Сравнив дроби $\frac{111110}{111111}$, $\frac{222221}{222223}$, $\frac{333331}{333334}$, расположите их в порядке возрастания.

Решение

Рассмотрим числа

$$1-x = \frac{1}{111111}, \quad 1-y = \frac{2}{222223}, \quad 1-z = \frac{3}{333334}, \quad \text{а также обратные к ним}$$

$$\frac{1}{1-x} = 111111, \quad \frac{1}{1-y} = 111111 + \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{1-z} = 111111 + \frac{1}{3}$$

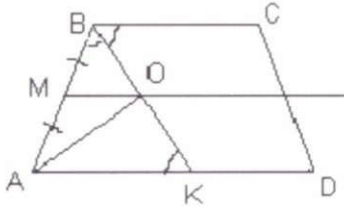
$$\text{Мы видим, что } \frac{1}{1-x} < \frac{1}{1-z} < \frac{1}{1-y}.$$

Поскольку все рассматриваемые числа положительны, $1-x > 1-z > 1-y$.
Следовательно, $x < z < y$.

7.6. Дана трапеция $ABCD$ ($BC \parallel DA$). Через середину M боковой стороны AB проведена прямая, параллельная основаниям. Биссектриса угла ABC пересекает эту прямую в точке O . Докажите, что AO - биссектриса угла BAD .

Доказательство:

Пусть K - точка пересечения BK и AD (см. рис.).



Так как $\angle AKB = \angle CBK = \angle ABK$, то $\triangle ABK$ - равнобедренный ($AB = AK$). O - середина BK (по теореме Фалеса), значит, AO - медиана $\triangle ABK$, которая одновременно является и биссектрисой. Следовательно, AO - биссектриса угла BAD , **ч. т. д.**

Суть приведенного решения не изменится, если AD будет меньшим основанием трапеции. Также возможны схожие рассуждения, связанные с доказательством равнобедренности треугольников BMO и AMO .