

**Материалы заданий (решения) многопредметной олимпиады СКФУ
«45 параллель» по математике 2015/2016 учебный год**

5 класс

5.1. Составьте из шести прямоугольников 7×1 , 6×1 , 5×1 , 4×1 , 3×1 , 2×1 и квадрата 1×1 прямоугольник, у которого каждая сторона больше 1.

Решение. Из прямоугольника 6×1 и квадрат 1×1 сложим прямоугольник 7×1 . Аналогично сложим прямоугольники 7×1 из пар прямоугольников 5×1 , 2×1 и 4×1 , 3×1 . Из четырех полученных прямоугольников 7×1 складывается прямоугольник 7×4 .

5.2. Девять одинаковых открыток стоят меньше 10 рублей, а десять таких же открыток стоят больше 11 рублей. Сколько стоит одна открытка? (известно, что одна открытка стоит целое число копеек).

Решение. Пусть открытка стоит x копеек. Тогда получаем неравенства:

$9x < 1000$
 $10x > 1100$. Так как x – целое, то $x \leq 111$ и $x > 110$. Следовательно, $x = 111$ копеек.

Ответ: 111 копеек.

5.3. Для нумерации страниц книги потребовалось всего 1392 цифры. Сколько страниц в этой книге?

Решение. На первый девять страниц потребуется 9 цифр, на каждые следующие 90 страниц надо по 2 цифры на каждую страницу, а значит надо $2 \cdot 90$ цифр. Пусть в книге x страниц, тогда страниц с тремя цифрами будет $x - 99$, а цифр на них - $3 \cdot (x - 99)$. Получаем уравнение: $9 + 2 \cdot 90 + 3 \cdot (x - 99) = 1392$, решением которого является $x = 500$.

Ответ: 500.

5.4. На перекрёстке дорог встретились четыре путника: жители города лжецов (которые всегда лгут) и города рыцарей (которые всегда говорят правду) (при этом не все были жителями одного города). Первый сказал: «Кроме меня, здесь ровно один житель моего города». Второй добавил: «А из

моего города я один». Третий подтвердил слова второго: «Ты прав». А четвёртый промолчал. Из какого города четвёртый?

Решение. Из утверждения третьего следует, что он из одного города со вторым, но тогда второй уже не может говорить правду. Значит, по крайней мере, есть два лжеца (второй и третий). А теперь независимо от утверждения первого получается, что либо он прав и, следовательно, четвёртый \square рыцарь, либо он не прав и всё равно четвёртый (так как рыцари на встрече были). Таким образом, промолчавший из города рыцарей.

Ответ: Из города рыцарей.

5.5. Расстояние между двумя машинами, едущими по шоссе, равно 200 км. Скорости машин - 60 км/ч и 80 км/ч. Чему будет равно расстояние между ними через 1 час?

Решение. Возможны четыре случая (надо сделать рисунок):

- 1) Машины едут навстречу друг другу: $200 - (60 + 80) = 60$ км;
- 2) Машины едут в разные стороны: $200 + (60 + 80) = 340$ км;
- 3) Машины едут в одну сторону, вторая догоняет первую: $200 + (60 - 80) = 180$ км;
- 4) Машины едут в одну сторону, вторая впереди: $200 + (80 - 60) = 220$ км.

Ответ. Возможны четыре случая: 60, 180, 220 и 340 км.

5.6. Ученик написал на доске пример на умножение двузначных чисел. Затем он стёр все цифры и заменил их буквами. Получилось равенство:

$$AB \cdot CD = MLNKT$$

Докажите, что ученик ошибся.

Решение. Равенство $AB \cdot CD = MLNKT$ получиться не может, так как наибольшее возможное произведение двузначных чисел

$$99 \cdot 99 < 100 \cdot 100 = 10\,000.$$