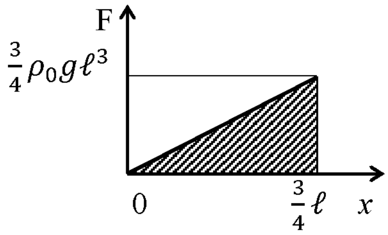
Политехническая олимпиада школьников 2017.
Вариант 2 (11 класс).
Решения.

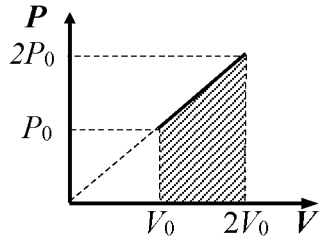
1. Протяженность сигнала «Сапсана»
$\lambda = (c - v)\Delta t.$
Длительность сигнала с точки зрения пассажира
$\Delta t_1 = \frac{\lambda}{c} = \frac{(c - v)}{c}\Delta t = 4{,}12\ c.$
(10 баллов)

2. В равновесии $mg = \rho_0 g \frac{3}{4}\ell^3$
Внешняя минимальная сила в каждый момент времени
$F = mg - F_{\text{Арх}} = \rho_0 g \frac{3}{4}\ell^3 - \rho_0 g \ell^2 \left(\frac{3}{4}\ell - x\right) = \rho_0 g \ell^2 x,$
где x – высота подъема в этот момент. Внешняя сила зависит от высоты подъема линейно, поэтому работа этой силы равна по величине площади фигуры (треугольника) на диаграмме $F(x)$



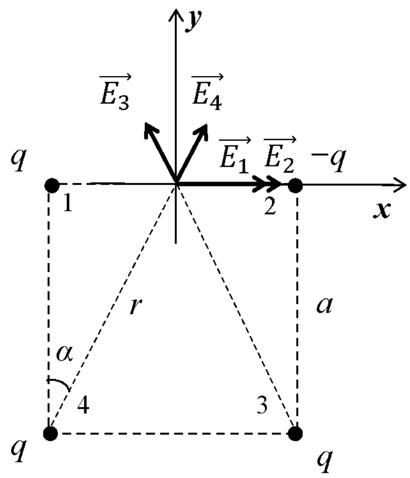
$A_{min} = \frac{1}{2}\frac{3}{4}\rho_0 g \ell^3 \frac{3}{4}\ell = \frac{9}{32}\rho_0 g \ell^4 = 22{,}8$ Дж.
(15 баллов)

3. Из графика $P(T)$ видно, что $P \sim \sqrt{T} \rightarrow P^2 \sim T$. Из уравнения Менделеева–Клапейрона $PV = \nu RT$, следовательно, в нашем случае, $P \sim V$.
Работа газа численно равна площади фигуры на диаграмме $P(V)$.
$A = \frac{1}{2}(2P_0 + P_0)(2V_0 - V_0) = \frac{3}{2}P_0V_0.$



Изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа
$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\Delta T = \frac{3}{2}(2P_0 \cdot 2V_0 - P_0V_0) = \frac{9}{2}P_0V_0$
$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{A}{\Delta U + A} = \frac{3P_0V_0}{12P_0V_0} = \frac{1}{4} = 0{,}25.$
(20 баллов)

4. Проекции вектора напряженности поля в искомой точке
$E_x = 2E_1 = \frac{8kq}{a^2}$
$E_y = 2E_{4y} = \frac{2kq\cos\alpha}{r^2},$
$r = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}a; \quad \cos\alpha = \frac{a}{r} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$
Тогда $E_y = \frac{16kq}{5\sqrt{5}a^2}$



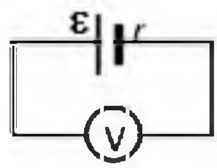
Напряженность $E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \frac{kq}{a^2}\sqrt{\left(\frac{16}{5\sqrt{5}}\right)^2 + 8^2} \approx 3600$ В/м.

Потенциал $\varphi = 2\varphi_4 = \frac{4kq}{\sqrt{5}a} \approx 160$ В.

(15 баллов)

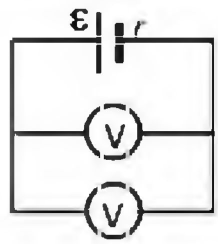
5. Согласно закону Ома для участка цепи и для замкнутой цепи
В первом случае

$$U_1 = I_1 R_V = \frac{\varepsilon R_V}{r + R_V} = \frac{\varepsilon}{\left(\frac{r}{R_V} + 1\right)} \to \frac{r}{R_V} = \frac{\varepsilon - U_1}{U_1}$$



Во втором случае

$$U_2 = \frac{I_2}{2} R_V = \frac{\varepsilon R_V}{2\left(r + \frac{R_V}{2}\right)} = \frac{\varepsilon}{2\left(\frac{r}{R_V} + \frac{1}{2}\right)}$$



$$U_2 = \frac{\varepsilon U_1}{2\varepsilon - U_1} = 7{,}2 \text{ В.}$$

(20 баллов)

6. По условию задачи:

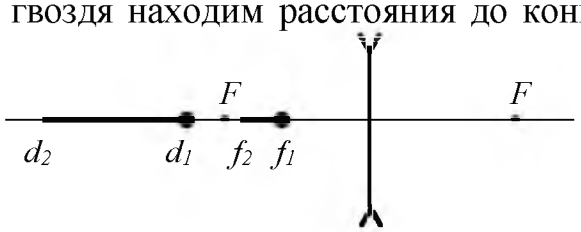
$$F = \frac{1}{D} = 20 \text{ см} = \ell$$

$$d_1 = d_2 - F; \quad f_2 - f_1 = \frac{1}{4}F$$

Из формул тонкой линзы для двух концов гвоздя находим расстояния до концов изображения

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d_2 - F} - \frac{1}{f_1} \to f_1 = \frac{F(d_2 - F)}{(d_2 - F) + F}$$

$$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} - \frac{1}{f_2} \to f_2 = \frac{Fd_2}{d_2 - F}$$



$$\frac{Fd_2}{d_2 - F} - \frac{F(d_2 - F)}{d_2} = \frac{1}{4}F$$

Получаем квадратное уравнение $d_2^2 + Fd_2 - 4F^2 = 0$

$$d_2 = F\frac{\sqrt{17} - 1}{2} \qquad d_1 = \frac{\sqrt{17} - 3}{2D} = 11{,}2 \text{ см.}$$

(20 баллов)