

МАТЕМАТИКА, 2017 г.

ВАРИАНТ 4

1. Найдите сумму натуральных чисел $n \in [60; 80]$, которые нельзя представить в виде разности квадратов двух натуральных чисел.
2. Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{4 + x + \sqrt{x^2 + 4x}}{\sqrt{x + 4} + \sqrt{x}} + x$ на промежутке $[0; 21]$.
3. Решите уравнение $\log_{2\sqrt{x}}(2\sqrt{x} + 2) = \log_{x+1}(x + 3)$.
4. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2\sqrt{2-y} \\ \sqrt{y+2} + \sqrt{2-y} = 2\sqrt{x+1} \end{cases}$$
5. Сколько корней на интервале $(-\pi/2; \pi/2)$ имеет уравнение $\frac{1 + \sqrt{2} \sin(x + \pi/4)}{1 + \sqrt{2} \sin(x - \pi/4)} = \frac{\operatorname{tg} x}{3}$?
6. Пассажир прошел по движущемуся эскалатору, вступив на 20 ступеней. В следующий раз он шел с той же скоростью навстречу движению эскалатора и вступил на 80 ступеней. На сколько ступеней вступит пассажир, если ему придется идти по неподвижному эскалатору?
7. Три автосалона продавали автомобили стандартной и улучшенной комплектации. Автомобили улучшенной комплектации имели и повышенную цену. Во всех салонах цены были одинаковыми. Первый салон продал 7 автомобилей, второй — 13, третий — 17, причем в каждом пункте продаж был продан хотя бы один стандартный автомобиль. Выручка салонов оказалась одинаковой. Найдите наибольшее возможное число проданных автомобилей стандартной комплектации.
8. В результате смешения 125 г 60%-го и некоторого количества 20%-го растворов соли получился 30%-й раствора. Сколько получилось 30%-го раствора?
9. Точки B_1 и C_1 — основания высот треугольника ABC , проведенных из вершин B и C соответственно. Известно, что $AB = 12$, $AC = 11$, $\sin \angle BAC = \frac{\sqrt{39}}{8}$. Найдите длину отрезка B_1C_1 .
10. При каких значениях параметра a уравнение $\frac{x^2 - 4}{|2x - 2| - |x - 4|} = \frac{ax^2}{3}$ имеет корень, причем только один?