Санкт-Петербургский Политехнический Университет
Петра Великого

Политехническая олимпиада школьников 2015/16 учебного года

Ответы и решения олимпиадных заданий по физике

ПОЛИТЕХ
Санкт-Петербургский
Политехнический Университет
Петра Великого

12 мая 2016 г.

Вариант №1

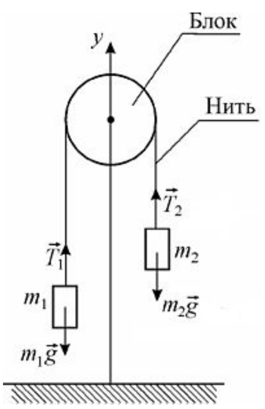
1.1 Мяч уронили без начальной скорости с высоты $H = 5$ *м*. При каждом ударе о горизонтальный пол мяч теряет $\eta = 9\%$ имеющейся у него к этому моменту энергии. Какой путь пройдет мяч до полной остановки? Ускорение свободного падения в этой и последующих задачах считать равным $g = 10$ м/с^2.

Пройденный путь $S = \sum\limits_{k=0}^{\infty} S_k$, где $S_0 = H$, а $S_{k>0} = \dfrac{v_k^2}{g}$, v_k - модуль скорости мяча после k-го удара. Скорость мяча непосредственно перед первым ударом v_0 может быть найдена из закона сохранения энергии или кинематического уравнения равнопеременного движения ($v_0^2 = 2gH$). При наличии потерь энергии на η процентов между v_k и v_{k-1} имеется соотношение $v_k^2 = v_{k-1}^2 \cdot (1-\eta)$, то есть v_k^2 составляют геометрическую прогрессию [1] с показателем $(1-\eta)$. Тогда

$$S = H + 2H\sum_{k=1}^{\infty}(1-\eta)^k = H + 2H\left(\frac{1-\eta}{\eta}\right),$$

следовательно $S = \left(\dfrac{2-\eta}{\eta}\right) \cdot H = \left(\dfrac{2-0.09}{0.09}\right) \cdot 5$ *м* $\approxeq 106.1$ *м*.

1.2 Две гири с массами $m_1 = 180$ *г* и $m_2 = 120$ *г* висят на концах невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок. Первоначально гири находились на одном уровне. Гири отпустили, и они пришли в движение без начальной скорости. Каким будет расстояние по вертикали между гирями спустя $\Delta t = 1,5$ *с* после начала движения. Сопротивлением воздуха и трением в блоке можно пренебречь.



Запишем второй закон Ньютона для первого и второго грузов $m_{1,2} = T_{1,2} - m_{1,2}g$.

С учетом нерастяжимости и невесомости нити ($a_1 = -a_2$) и $T_1 = T_2 = T$ получаем выражение для модуля ускорения каждого груза

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g$$

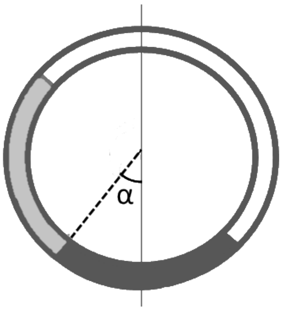
А модуль их относительного ускорения равен $a_{rel} = 2a$. Тогда расстояние между грузами спустя время Δt будет равно

$$\Delta h = \frac{a_{rel}\Delta t^2}{2} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) g\Delta t^2$$

Производя числовые подстановки получаем $\Delta h = \dfrac{180-120}{180+120} \cdot 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (1,5)^2\ \text{с}^2 = 4,5$ *м*.

[1]Сумма бесконечного количества членов геометрической прогрессии $S_\infty = \sum\limits_{i=1}^{\infty} b_i = \frac{b_1}{1-q}$, где q - показатель прогрессии.

1.3 В длинную тонкую трубку залили равные объемы двух не смешивающихся между собой жидкостей с различными плотностями, заполнив ее наполовину. Трубку свернули в кольцо, расположив его в вертикальной плоскости (см.рис.). Угол, который составляет с вертикалью отрезок, проходящий через границу раздела жидкостей и центр кольца равен α. Найдите плотность легкой жидкости, если плотность тяжелой известна и равна ρ_1.



В состоянии механического равновесия гидростатические давления в левой и правой части кольца будут равны.

В правой части:

$$P_R = \rho_1 g h_1 = \rho_1 g R \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right) = \rho_1 g R \left(1 - \sin(\alpha)\right);$$

В левой части:

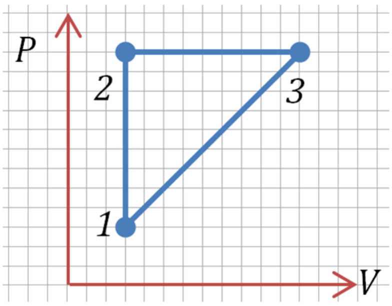
$$P_L = \rho_1 g R \left(1 - \cos(\alpha)\right) + \rho_2 g R \cos(\alpha) + \rho_2 g R \sin(\alpha);$$

$$P_R = P_L \Longrightarrow \rho_1 \left(1 - \sin(\alpha)\right) = \rho_1 \left(1 - \cos(\alpha)\right) + \rho_2 \left(\cos(\alpha) + \sin(\alpha)\right).$$

Окончательно:

$$\rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} = \rho_1 \cdot \frac{1 - \tan\alpha}{1 + \tan\alpha}.$$

1.4 Идеальный одноатомный газ является рабочим телом тепловой машины, работающей по термодинамическому циклу *1-2-3-1*. Найдите коэффициент полезного действия этой тепловой машины, если известно, что максимальное и минимальное значение давления отличаются в $k = 4$ раз.



К.П.Д. по определению $\eta = \frac{A}{Q^+}$. Работу легко определить как площадь ограниченную циклом $A = \frac{1}{2}P_1(k-1)V_1(k-1)$.

Полученная теплота по первому началу термодинамики $Q^+ = A_{23} + \Delta U_{13}$. Работа на участке $2-3$ также находится «графически» $A_{23} = kP_1V_1(k-1)$.

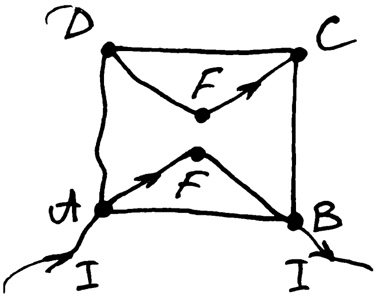
Изменение внутренней энергии $\Delta U_{13} = \frac{3}{2}\Delta(PV) = \frac{3}{2}\left(k^2P_1V_1 - P_1V_1\right)$.

Из вышеприведенных соотношений следует:

$$\eta = \frac{\frac{1}{2}(k-1)^2}{k(k-1) + \frac{3}{2}(k^2-1)} = \frac{k-1}{5k+3}$$

При $k = 4$ К.П.Д. имеет значение $\eta = \frac{3}{23} \approxeq 13\%$

1.5 Из восьми одинаковых отрезков однородной проволоки постоянного сечения спаяна четырехгранная правильная пирамида $ABCDF$. К ее вершинам A и B подключили источник постоянного напряжения. Найдите отношение тепловых мощностей, выделяющихся в ребрах AF и CF



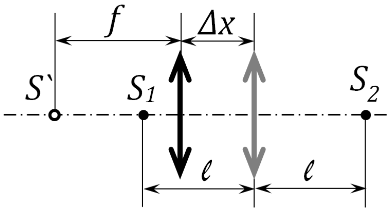
Разделим вершинный узел F на два: из соображений симметрии схемы их потенциалы будут равны друг другу. Сопротивление $R_{ADFC} \equiv R_1$ верхней части схемы $R_1 = \left(1 + \frac{2 \cdot 1}{2+1} + 1\right) R = \frac{8}{3}R$, где R - сопротивление каждого ребра в отдельности.

$R_2 \equiv R_{AFB} = \frac{2}{3}R$ - сопротивление нижней части схемы. $\frac{R_1}{R_2} = 4$, следовательно $\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{4}$.

Токи, идущие в ребрах AF и CF составляют одинаковые доли от I_1 и I_2, следовательно $\frac{I_{CF}}{I_{AF}} = \frac{1}{4}$. Мощность пропорциональна квадрату силы тока ($P = I^2R$), а значит:

$$\frac{P_{AF}}{P_{CF}} = 16.$$

1.6 На главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 50$ *см* на равных расстояниях $\ell = 120$ *см* слева и справа от нее расположены два точечных источника света. На какое расстояние надо сместить линзу, чтобы изображения источников совпали?



На рисунке S' - действительное изображение источника S_2 и мнимое изображение источника S_1.

Для S_2 формула тонкой линзы имеет вид $\frac{1}{\ell + \Delta x} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$.

Для S_1 : $\frac{1}{\ell - \Delta x} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$.

Из данных соотношений следует

$$\frac{1}{\ell + \Delta x} + \frac{1}{\ell - \Delta x} = \frac{2\ell}{\ell^2 - \Delta x^2} = \frac{2}{F}.$$

$$\Delta x = \sqrt{\ell^2 - F\ell} \approxeq 91,7 \text{ см}$$

Вариант №2

2.1 Мяч уронили без начальной скорости с высоты $H = 10$ м. При каждом ударе о горизонтальный пол мяч теряет 36 процентов имеющейся у него к этому моменту энергии. Какое время мяч будет подпрыгивать на полу? Ускорение свободного падения в этой и последующих задачах считать равным $g = 10$ м/с^2.

Время прыгания мяча $T = \sum\limits_{i=0}^{\infty} t_i$, где $t_0 = \sqrt{\dfrac{2H}{g}}$, а $t_{i>0} = \frac{2v_i}{g}$, v_i -скорость мяча после i-го удара. Доля потерянной энергии η, а значит $v_i^2 = (1-\eta)\cdot v_{i-1}^2$, $v_i = \sqrt{1-\eta}\cdot v_{i-1}$. Скорость мяча перед первым ударом $v_0 = \sqrt{2gH}$.

Таким образом, $t_i = \dfrac{2}{g}\sqrt{1-\eta}\cdot v_i$ и полное время T равно

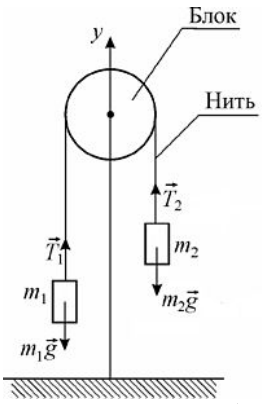
$$T = \sqrt{\frac{2H}{g}} + \frac{2v_0}{g}\sum_{i=1}^{\infty}\left(\sqrt{1-\eta}\right)^i = \sqrt{\frac{2H}{g}}\left(1 + 2\sum_{i=1}^{\infty}\left(\sqrt{1-\eta}\right)^i\right)$$

где вторым слагаемым в круглых скобках является сумма бесконечного количества членов убывающей геометрической прогрессии [2] с показателем $\sqrt{1-\eta}$.

Итого:

$$T = \sqrt{\frac{2H}{g}}\left(\frac{1+\sqrt{1-\eta}}{1-\sqrt{1-\eta}}\right) \approx 12,73 \text{ с}.$$

2.2 Две гири с массами m_1 и $(m_1 > m_2)$ висят на концах невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок. Первоначально легкая гиря находится на $\Delta h = 3$ м ниже тяжелой гири. Гири отпустили и они пришли в движение без начальной скорости, оказавшись на одной высоте через $\Delta t = 2$ с. Какова масса легкой гири, если масса тяжелой равна $m_1 = 350$ г? Сопротивлением воздуха и трением в блоке можно пренебречь.



Запишем второй закон Ньютона для первого и второго грузов $m_{1,2} = T_{1,2} - m_{1,2}g$. С учетом нерастяжимости и невесомости нити $(a_1 = -a_2)$ и $T_1 = T_2 = T$ получаем выражение для модуля ускорения каждого груза

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g$$

А модуль их относительного ускорения равен $a_{rel} = 2a$. Тогда расстояние между грузами спустя время Δt будет равно

$$\Delta h = \frac{a_{rel}\Delta t^2}{2} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)g\Delta t^2$$

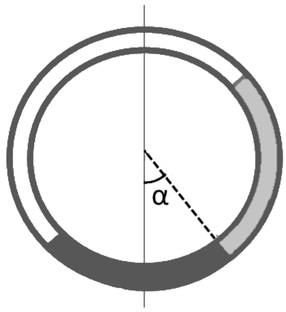
А масса второй (более легкой) гири равна:

$$m_2 = \frac{g\Delta t^2 - \Delta h}{g\Delta t^2 + \Delta h}\cdot m_1 \approx 301 \text{ г}.$$

---

[2]Сумма бесконечного количества членов геометрической прогрессии $S_\infty = \sum\limits_{i=1}^{\infty} b_i = \frac{b_1}{1-q}$, где q - показатель прогрессии.

2.3 В длинную тонкую трубку залили равные объемы двух несмешивающихся жидкостей с различными плотностями ρ_1 и ρ_2, заполнив ее наполовину. Трубку свернули в кольцо, расположив его в вертикальной плоскости (см. рис.). Найдите угол, который составляет с вертикалью отрезок, проходящий через границу раздела жидкостей и центр кольца.



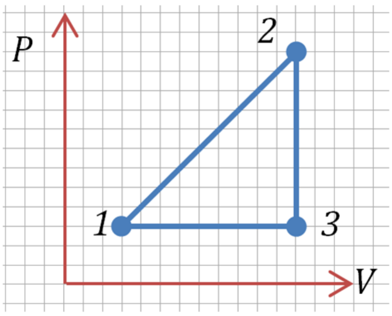
В состоянии механического равновесия гидростатические давления в левой и правой половинах кольца будут равны друг другу $P_R = P_L$. Пусть, например $\rho_1 > \rho_2$, тогда

$$P_L = \rho_1 g R \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right) = \rho_1 g R \left(1 - \sin(\alpha)\right);$$
$$P_R = \rho_1 g R \left(1 - \cos(\alpha)\right) + \rho_2 g R \cos(\alpha) + \rho_2 g R \sin(\alpha);$$
$$P_R = P_L \Longrightarrow (\rho_1 - \rho_2)\cos(\alpha) = (\rho_1 + \rho_2)\sin(\alpha)$$

Окончательно, искомое значение угла:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}\right)$$

2.4 Идеальный одноатомный газ является рабочим телом тепловой машины, работающей по циклу *1-2-3-1* (см. рис.). Найдите коэффициент полезного действия этой тепловой машины, если известно, что максимальное и минимальное значение объема отличаются в $k = 4$ раз.



К.П.Д. по определению $\eta = \dfrac{A}{Q^+}$. Работу легко определить как площадь ограниченную циклом

$$A = \frac{1}{2}(V_3 - V_1)(P_2 - P_3) = \frac{1}{2}(k-1)^2 P_1 V_1.$$

Полученная теплота по первому началу термодинамики:

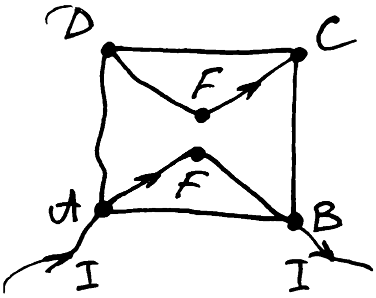
$$\begin{aligned} Q^+ &= A_{12} + \Delta U_{12} = \\ &= \frac{1}{2}(P_1 + P_2)(V_2 - V_1) + \frac{3}{2}(P_2 V_2 - P_1 V_1) = \\ &= \frac{1}{2}(k+1)(k-1)P_1 V_1 + \frac{3}{2}(k^2 - 1)P_1 V_1. \end{aligned}$$

Из вышеприведенных соотношений следует:

$$\eta = \frac{\frac{1}{2}(k-1)}{\frac{1}{2}(k+1) + \frac{3}{2}(k+1)} = \frac{k-1}{4(k+1)}.$$

При $k = 4$ К.П.Д. имеет значение $\eta = \dfrac{3}{20} = 15\%$

2.5 Из восьми одинаковых отрезков однородной проволоки постоянного сечения спаяна четырехгранная правильная пирамида $ABCDF$. К ее вершинам A и B подключили источник постоянного напряжения. Найдите отношение тепловых мощностей, выделяющихся в ребрах AB и DC



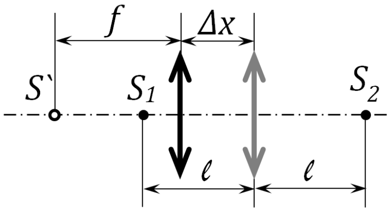
Разделим вершинный узел F на два: из соображений симметрии схемы их потенциалы будут равны друг другу. Сопротивление $R_{ADFC} \equiv R_1$ верхней части схемы $R_1 = \left(1 + \dfrac{2 \cdot 1}{2+1} + 1\right) R = \dfrac{8}{3}R$, где R - сопротивление каждого ребра в отдельности.

$R_2 \equiv R_{AFB} = \dfrac{2}{3}R$ - сопротивление нижней части схемы. $\dfrac{R_1}{R_2} = 4$, следовательно $\dfrac{I_2}{I_1} = 4$.

Токи, идущие в ребрах AB и DC составляют одинаковые доли от I_2 и I_1, следовательно $\dfrac{I_{AB}}{I_{DC}} = 4$. Мощность пропорциональна квадрату силы тока ($P = I^2R$), а значит:

$$\frac{P_{AB}}{P_{DC}} = 16.$$

2.6 На главной оптической оси собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 60$ см на равных расстояниях слева и справа от нее расположены два точечных источника света. При смещении линзы на 40 см вдоль оптической оси изображения источников совпали. Найдите расстояние между источниками.



На рисунке S' - действительное изображение источника S_2 и мнимое изображение источника S_1.

Для S_2 формула тонкой линзы имеет вид $\dfrac{1}{\ell + \Delta x} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{F}$, а для S_1 данная формула имеет вид $\dfrac{1}{\ell - \Delta x} - \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{F}$.

Из данных соотношений следует

$$\frac{1}{\ell + \Delta x} + \frac{1}{\ell - \Delta x} = \frac{2\ell}{\ell^2 - \Delta x^2} = \frac{2}{F}$$

$$\ell^2 - F \cdot \ell - \Delta x^2 = 0;$$

Решая данное квадратное уравнение относительно ℓ, получаем расстояние между источниками (2ℓ)

$$2\ell = F + \sqrt{F^2 + 4\Delta x^2} = 160 \text{ см}.$$

Вариант №3

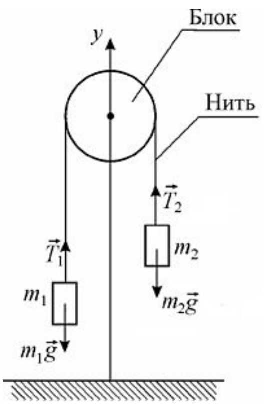
3.1 Мяч бросили с горизонтальной начальной скоростью $V = 5$ *м/с* с высоты $H = 10$ *м*. При каждом ударе о горизонтальный пол вертикальная составляющая скорости мяча уменьшается на 20 процентов относительно текущего значения, а горизонтальная остается неизменной. На каком расстоянии от места первого удара о пол отскоки мяча прекратятся? Ускорение свободного падения в этой и последующих задачах считать равным $g = 10$ *м/с*^{2}.

Величина горизонтального перемещения мяча до остановки $S = V \cdot T$, где T - полное время отскоков мяча после первого удара. $T = \sum\limits_{i=1}^{\infty} t_i$, где $t_i = \dfrac{2v_i}{g}$. Значения $\{v_i\}$ составляют геометрическую прогрессию [3] ($v_i = (1-\eta) \cdot v_{i-1}$) с начальным значением $v_0 = \sqrt{2gH}$.

$$v_1 = \sqrt{2gH}(1-\eta);$$
$$T = \frac{2}{g}\sqrt{2gH}(1-\eta)\sum_{i=0}^{\infty}(1-\eta)^i = 2\sqrt{\frac{2H}{g} \cdot \frac{1-\eta}{\eta}}.$$

Таким образом, искомое расстояние равняется $S = 2V\sqrt{\dfrac{2H}{g} \cdot \dfrac{1-\eta}{\eta}} \approxeq 56,6$ *м*.

3.2 Две гири с массами $m_1 = 150$ г и $m_2 = 120$ г висят на концах невесомой нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок. Первоначально легкая гиря находится на $\Delta h = 2$ м ниже тяжелой гири. Гири отпустили, и они пришли в движение без начальной скорости. Через какое время они окажутся на одном уровне? Сопротивлением воздуха и трением в блоке можно пренебречь.



Запишем второй закон Ньютона для первого и второго грузов

$$m_{1,2} = T_{1,2} - m_{1,2}g.$$

С учетом нерастяжимости и невесомости нити ($a_1 = -a_2$) и $T_1 = T_2 = T$ получаем выражение для модуля ускорения каждого груза

$$a = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}g$$

А модуль их относительного ускорения равен $a_{rel} = 2a$. Тогда расстояние между грузами спустя время Δt будет равно

$$\Delta h = \frac{a_{rel}\Delta t^2}{2} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) g\Delta t^2$$

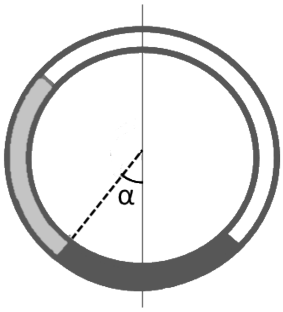
А искомое время:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{\Delta h}{g} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2}} \approxeq 1,34 \text{ } c.$$

---

[3] Сумма бесконечного количества членов геометрической прогрессии $S_\infty = \sum\limits_{i=1}^{\infty} b_i = \frac{b_1}{1-q}$, где q - показатель прогрессии.

3.3 **В длинную тонкую трубку залили равные объемы двух несмешивающихся жидкостей с различными плотностями ρ_1 и ρ_2, заполнив ее наполовину. Трубку свернули в кольцо радиуса R и расположили его в вертикальной плоскости (см. рис.). Найдите гидростатическое давление в нижней точке трубки, после установления в ней состояния механического равновесия.**



Пусть $\rho_2 > \rho_1$, а α - угол между вертикалью и радиусом кольца, проходящим через границу раздела жидкостей. Тогда гидростатическое давление в нижней точке кольца может быть записано как

$$P_L = \rho_2 gR\left(1 - \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha)\right) = \rho_2 gR\,(1 - \sin\alpha)\,;$$

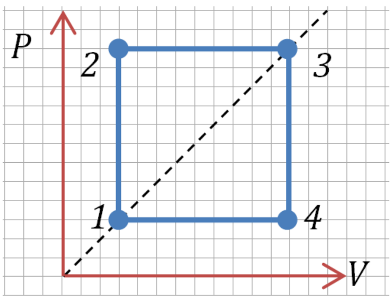
либо как

$$P_R = \rho_2 gR\,(1 - \cos\alpha) + \rho_1 gR\cos\alpha + \rho_1 gR\sin\alpha;$$

Из данных соотношений следует, что $\tan\alpha = \frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2+\rho_1}$. Учитывая, что $\sin\alpha = \frac{\tan\alpha}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}$, получаем выражение для величины гидростатического давления:

$$P = \rho_2 gR\left(1 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\sqrt{2\,(\rho_2^2 + \rho_1^2)}}\right)$$

3.4 **Идеальный одноатомный газ является рабочим телом тепловой машины, работающей по циклу *1-2-3-4-1* (см. рис.). Найдите коэффициент полезного действия этой тепловой машины, если известно, что максимальное и минимальное значение объема отличаются в $k = 4$ раз.**



К.П.Д. по определению $\eta = \frac{A}{Q^+}$. Работу легко определить как площадь ограниченную циклом

$$A = (V_4 - V_1)(P_2 - P_1) = (k-1)^2 P_1 V_1.$$

Полученная теплота по первому началу термодинамики:

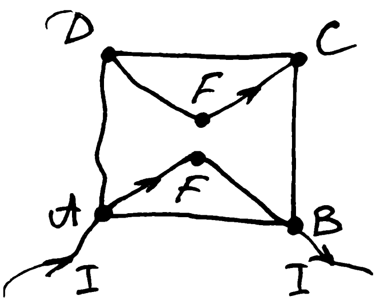
$$Q^+ = Q^+_{12} + Q^+_{23} = A_{23} + \Delta U_{13} = \\ = kP_1(k-1)V_1 + \frac{3}{2}(k^2-1)P_1V_1;$$

Из вышеприведенных соотношений следует:

$$\eta = \frac{(k-1)^2}{k(k-1) + \frac{3}{2}(k^2-1)} = \frac{2(k-1)}{5k+3}.$$

При $k = 4$ К.П.Д. имеет значение $\eta = \dfrac{6}{23} \approx 26\%$

3.5 Из восьми одинаковых отрезков однородной проволоки постоянного сечения спаяна четырехгранная правильная пирамида $ABCDF$. К ее вершинам A и B подключили источник постоянного напряжения. Найдите отношение тепловых мощностей, выделяющихся в ребрах AB и BC.



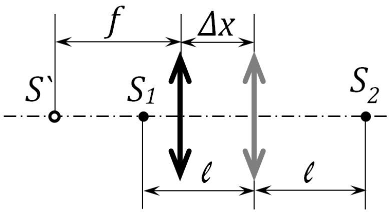
Разделим вершинный узел F на два: из соображений симметрии схемы их потенциалы будут равны друг другу. Сопротивление $R_{ADFCB} \equiv R_1$ верхней части схемы $R_1 = \left(1 + \dfrac{2 \cdot 1}{2+1} + 1\right) R = \dfrac{8}{3} R$, где R - сопротивление каждого ребра в отдельности.

$R_2 \equiv R_{AFB} = \dfrac{2}{3} R$ - сопротивление нижней части схемы. $\dfrac{R_1}{R_2} = 4$, следовательно $\dfrac{I_2}{I_1} = 4$.

Токи, идущий в ребре AB будет в 2 раза больше тока в ребре AF нижней части цепи, то есть он будет равен $I_{AB} = \dfrac{2}{3} \cdot I_2$. А так как $I_{BC} = I_1$, то $\dfrac{I_{AB}}{I_{BC}} = \dfrac{8}{3}$. Мощность же пропорциональна квадрату силы тока ($P = I^2 R$), а значит:

$$\frac{P_{AB}}{P_{BC}} = \left(\frac{8}{3}\right)^2 \approx 7,1.$$

3.6 На главной оптической оси собирающей линзы на равных расстояниях $\ell = 80$ *см* слева и справа от нее расположены два точечных источника света. При смещении линзы на $\Delta x = 60$ *см* вдоль оптической оси изображения источников совпали. Найдите фокусное расстояние линзы.



На рисунке S' - действительное изображение источника S_2 и мнимое изображение источника S_1.

Для S_2 формула тонкой линзы имеет вид $\dfrac{1}{\ell + \Delta x} + \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{F}$, а для S_1 данная формула имеет вид $\dfrac{1}{\ell - \Delta x} - \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{F}$.

Из данных соотношений следует

$$\frac{1}{\ell + \Delta x} + \frac{1}{\ell - \Delta x} = \frac{2\ell}{\ell^2 - \Delta x^2} = \frac{2}{F}$$

Из данного уравнения находим выражение для фокусного расстояния линзы F

$$F = \frac{\ell^2 - \Delta x^2}{\ell} = 35 \text{ см}.$$

Сводная таблица ответов

№	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1	$S = \left(\frac{2-\eta}{\eta}\right) H \approxeq 106,1$ м	$T = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{1+\sqrt{1-\eta}}{1-\sqrt{1-\eta}} \approxeq 12,73\ c$	$S_x = 2V\sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot \frac{1-\eta}{\eta} \cong 56,6$ м
2	$\Delta h = \left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right) g\Delta t^2 = 4,5$ м	$m_2 = \frac{g\Delta t^2-\Delta h}{g\Delta t^2+\Delta h} m_1 \approxeq 301$ г	$\Delta t = \sqrt{\frac{\Delta h}{g} \cdot \frac{m_1+m_2}{m_1-m_2}} \cong 1,34$ с
3	$\rho_2 = \rho_1 \cdot \frac{1-\tan\alpha}{1+\tan\alpha}$	$\alpha = \arctan\left(\frac{\rho_1-\rho_2}{\rho_1+\rho_2}\right)$	$P = \rho_2 gR \cdot \left(1 - \frac{\rho_2-\rho_1}{\sqrt{2\left(\rho_2^2+\rho_1^2\right)}}\right)$
4	$\eta = \frac{k-1}{5k+3} = \frac{3}{23} \approxeq 13\%$	$\eta = \frac{k-1}{4(k+1)} = \frac{3}{20} = 15\%$	$\eta = \frac{2(k-1)}{5k+3} = \frac{6}{23} \approxeq 26\%$
5	$\frac{P_{AF}}{P_{CF}} = 16$	$\frac{P_{AB}}{P_{DC}} = 16$	$\frac{P_{AB}}{P_{BC}} = \frac{64}{9} \approxeq 7,1$
6	$\Delta x = \sqrt{\ell^2 - F\ell} \approxeq 91,7$ см	$2\ell = F + \sqrt{F^2 + 4\Delta x^2} = 160$ см	$F = \frac{\ell^2-\Delta x^2}{\ell} = 35$ см

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

ФИЗИКА 2016 г. (заключительный тур)

Вариант 4.

ЛИСТ ОТВЕТОВ			
№ п/п	ВАРИАНТ № 4 ВАШИ ОТВЕТЫ	Колонки для преподавателя	
1	$T = t_1 + t_2 = 5\Delta t = 25$ мин	10	
2	$H_{max} = \frac{L \sin \alpha_{\text{пр}}}{2M} \left(2\mu(m+M) \tan \alpha_{\text{пр}} - m\right) = 1{,}5$ м	30	
3	$\frac{V_x}{V} = \frac{\rho_{\text{в}} V - \frac{\rho_{\text{в}} V}{6}}{\rho_{\text{кл}}} = \frac{5}{8}; \quad \frac{V_y}{V} = \frac{\rho_{\text{кл}} V - \frac{3}{4} \rho_{\text{кл}} \frac{V}{6}}{\rho_{\text{кл}}} = \frac{7}{8}$	15	
4	$\ell = \sqrt{\frac{U^2 \cdot m_{Pt}}{P \cdot \rho \cdot \rho_{Pt}}} \cong 31$ м	20	
5	$\frac{F}{F_0} = \frac{q_1 q_2}{q^2} = \frac{18}{25}$	10	
6	$b = \frac{H}{d} a = 12$ см	15	
	ИТОГО		
	Подпись преподавателя		

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

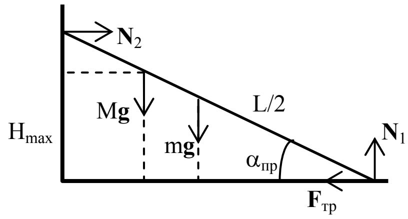
ФИЗИКА 2016 г. (заключительный тур)

Вариант 4.

1. $s = (3v_\text{т} + v_\text{т}) \cdot (t_1 + \Delta t) = (5v_\text{т} + v_\text{т}) \cdot t_1 \ \rightarrow\ 4\Delta t = 2t_1 \ \rightarrow\ t_1 = 2\Delta t = 10$ мин

   $t_2 = \frac{s}{5v_\text{т} - v_\text{т}} = \frac{6v_\text{т} \cdot t_1}{4v_\text{т}} = \frac{3}{2} t_1 = 3\Delta t = 15$ мин $\quad \rightarrow \quad T = t_1 + t_2 = 5\Delta t = 25$ мин

2. 1) $mg \cdot \frac{L}{2} \cos\alpha_\text{пр} = N_2 \cdot L \sin\alpha_\text{пр}$



   $\left.\begin{aligned} x&:\ F_\text{тр} = N_2 \\ y&:\ N_1 = mg \end{aligned}\right\} \ F_\text{тр} = \mu N_1 \ \rightarrow\ N_2 = \mu mg$

   $$\tan\alpha_\text{пр} = \frac{mg}{2N_2} = \frac{1}{2\mu} = \frac{3}{4}$$

   2) $mg \cdot \dfrac{L}{2} \cos\alpha_\text{пр} + Mg \cdot \dfrac{H_{max}}{\tan\alpha_\text{пр}} = N_2' \cdot L \sin\alpha_\text{пр}$

   $\left.\begin{aligned} x&:\ F_\text{тр}' = N_2' \\ y&:\ N_1' = (m+M)g \end{aligned}\right\} \ F_\text{тр}' = \mu N_1' \ \rightarrow\ N_2' = \mu(m+M)g$

   $$H_{max} = \frac{L \sin\alpha_\text{пр}}{2M}\big(2\mu(m+M)\tan\alpha_\text{пр} - m\big) = 1{,}5 \text{ м}$$

3. $\rho_\text{кл} \frac{V}{4} g + m_\text{ст} g = \rho_\text{в} \frac{V}{2} g \ \rightarrow\ m_\text{ст} = \frac{V}{2}\left(\rho_\text{в} - \frac{\rho_\text{кл}}{2}\right)$

   $$\rho_\text{в} \frac{V}{2} g + m_\text{ст} g = \rho_\text{кл} \frac{V}{2} g \ \rightarrow\ m_\text{ст} = \frac{V}{2}(\rho_\text{кл} - \rho_\text{в})$$

   $$\rho_\text{в} - \frac{\rho_\text{кл}}{2} = \rho_\text{кл} - \rho_\text{в} \ \rightarrow\ \rho_\text{кл} = \frac{4}{3}\rho_\text{в}\ ; \quad m_\text{ст} = \frac{\rho_\text{в} V}{6}$$

   $$\rho_\text{кл} V_x g + m_\text{ст} g = \rho_\text{в} V g \ \rightarrow\ V_x = \frac{\rho_\text{в} V - \frac{\rho_\text{в} V}{6}}{\rho_\text{кл}} = \frac{5}{8} V$$

   $$\rho_\text{кл} V_y g + m_\text{ст} g = \rho_\text{кл} V g \ \rightarrow\ V_y = \frac{\rho_\text{кл} V - \frac{\rho_\text{в} V}{6}}{\rho_\text{кл}} = \frac{\rho_\text{кл} V - \frac{3}{4}\rho_\text{кл}\frac{V}{6}}{\rho_\text{кл}} = \frac{7}{8} V$$

4. $Q_{Ag} = m_{Ag} \cdot c_{Ag} \cdot \Delta t_{Ag} + \lambda_{Ag} \cdot m_{Ag} = 0{,}4 \cdot 236 \cdot 980 + 105000 \cdot 0{,}4 = 134512$ Дж

   $Q_{H_2O} = F \cdot \tau \cdot \rho_{H_2O} \cdot c_{H_2O} \cdot \Delta t_{H_2O} = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 4{,}19 \cdot 10^3 \cdot 2 = 100560$ Дж

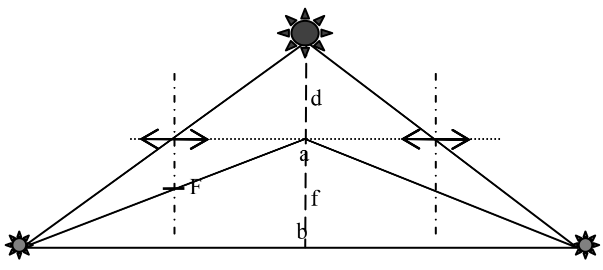
   $$P = \frac{Q_{Ag} + Q_{H_2O}}{\tau} = \frac{134512 + 100560}{8 \cdot 60} \cong 490 \text{ Вт}$$

   $P = \frac{U^2}{R}; \quad R = \frac{U^2}{P} \cong 99$ Ом ; $\quad R = \frac{\rho \cdot \ell}{S} = \frac{\rho \cdot \ell^2 \cdot \rho_{Pt}}{m_{Pt}}; \quad \ell = \sqrt{\frac{R \cdot m_{Pt}}{\rho \cdot \rho_{Pt}}} == \sqrt{\frac{99 \cdot 0{,}14}{6{,}9 \cdot 10^{-7} \cdot 21{,}2 \cdot 10^3}} \cong 31$ м

5. $F_0 = k\frac{q^2}{a^2}\sqrt{3}\ ;\ F = k\frac{q_1 q_2}{a^2}\sqrt{3}\ ;\ 3q = q_1 + 2q_2;\ k\frac{q_1}{R} = k\frac{q_2}{2R} \ \rightarrow\ q_2 = 2q_1 \ \rightarrow 3q = q_1 + 4q_1;$

   $$q_1 = \frac{3}{5}q\ ; \quad q_2 = \frac{6}{5}q \ \rightarrow\ \frac{F}{F_0} = \frac{q_1 q_2}{q^2} = \frac{18}{25}$$

6. $D = \frac{1}{H-d} + \frac{1}{d} = \frac{H}{d(H-d)}; \qquad d^2 - Hd + \frac{H}{D} = 0;$



   $d^2 - 2d + 1 = 0; (d-1)^2 = 0; d = 1$ м$; f = 1$ м

   $$\frac{d}{a/2} = \frac{H}{b/2}; \quad b = \frac{H}{d}a = 12 \text{ см}$$