

МАТЕМАТИКА, 2015 - 2016 г.

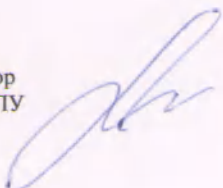
ВАРИАНТ 1

1. Дмитрию вдвое больше лет, чем Григорию было тогда, когда Дмитрию было столько лет, сколько Григорию теперь. Когда Григорию станет столько лет, сколько Дмитрию теперь, тогда сумма их возрастов будет равна 72 годам. Сколько лет Дмитрию?
2. В тесте есть 10 сложных и 20 простых задач. Для решения каждой сложной задачи требуется 40 мин., а для простой — 10 мин. За решение сложной задачи начисляется 3 балла, простой — 1 балл. Абитуриент решал задачи не более 190 мин. и решил не более 10 задач. Какое максимальное число очков он мог получить?
3. Найдите рациональное число – значение выражения

$$4 \sin^6(\pi/16) + 4 \sin^6(9\pi/16) - 3\sqrt{2}/4.$$

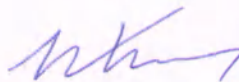
4. Решите уравнение $\frac{1}{\sqrt{\lg(10x)} - \sqrt{\lg x}} - \sqrt{\lg x} = 2.$
5. Найдите наименьшее значение функции $y = \sin 2x + 2(\sin x + \cos x).$
6. Отношение суммы n членов геометрической прогрессии $\{b_n\}$ к сумме величин, им обратных, равно $1/5$. Найдите произведение $b_1 b_n.$
7. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^4 - y^4 = \sqrt{|y|} - \sqrt{|x|} \\ x^2 - 3xy = 16 \end{cases}.$$
8. На сторонах BC, CA, AB правильного треугольника ABC со стороной 9 взяты точки A_1, B_1, C_1 соответственно. Известно, что $AC_1 = BA_1 = CB_1 = 4$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника, образованного прямыми $AA_1, BB_1, CC_1.$
9. В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит четырехугольник $ABCD$, в котором $AB = AD = 4, CB = CD = 3$, а стороны AB и BC взаимно перпендикулярны. Все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 45° . Найдите объем V пирамиды, зная, что $V > 12$.
10. При каких значениях параметра a уравнение $x^4 - 10x^2 + 9 = a(x^2 - 4x + 3)$ имеет ровно три различных решения?

Ректор
СПбПУ



А.И. Рудской

Председатель
Предметной комиссии



И.А. Комарчев

МАТЕМАТИКА, 2015 - 2016 г.

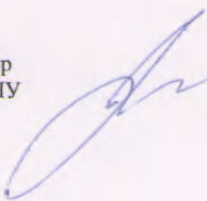
ВАРИАНТ 2

1. Ивану втрое больше лет, чем Петру было тогда, когда Ивану было столько лет, сколько Петру теперь. Когда Петру станет столько лет, сколько Ивану теперь, тогда сумма их возрастов будет равна 42 годам. Сколько лет Петру?
2. В тесте есть 10 сложных и 15 простых задач. Для решения каждой сложной задачи требуется 30 мин., а для простой — 10 мин. За решение сложной задачи начисляется 2 балла, простой — 1 балл. Абитуриент решал задачи не более 120 мин. и решил не более 10 задач. Какое максимальное число очков он мог получить?
3. Найдите рациональное число — значение выражения

$$\sin^6(\pi/16) + \cos^6(15\pi/16) - 3\sqrt{2}/16.$$

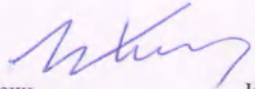
4. Решите уравнение $\frac{2}{\sqrt{\log_2(4x)} - \sqrt{\log_2 x}} - \sqrt{\log_2 x} = 3$.
5. Найдите наибольшее значение функции $y = \sin 2x + 2(\sin x - \cos x) + 4$.
6. Отношение суммы n членов геометрической прогрессии $\{b_n\}$ к сумме величин, им обратных, равно $1/7$. Найдите произведение $b_1 b_n$.
7. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^6 - y^6 = 2\sqrt{|y|} - 2\sqrt{|x|} \\ x^2 - 5xy = 6 \end{cases}$$
8. На сторонах BC , CA , AB правильного треугольника ABC со стороной 10 взяты точки A_1 , B_1 , C_1 соответственно. Известно, что $AC_1 = BA_1 = CB_1 = 4$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника, образованного прямыми AA_1 , BB_1 , CC_1 .
9. В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит четырехугольник $ABCD$, в котором $AB = AD = 8$, $CB = CD = 6$, а стороны AB и BC взаимно перпендикулярны. Все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 30° . Найдите объем V пирамиды, зная, что $V > 50$.
10. При каких значениях параметра a уравнение $x^4 - 10x^2 + 9 = a(x^2 - 2x - 3)$ имеет ровно три различных решения?

Ректор
СПбПУ



А.И. Рудской

Председатель
Предметной комиссии



И.А. Комарчев

МАТЕМАТИКА, 2015 - 2016 г.

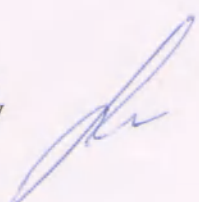
ВАРИАНТ 3

1. Дмитрию втрое больше лет, чем Григорию было тогда, когда Дмитрию было столько лет, сколько Григорию теперь. Когда Григорию станет столько лет, сколько Дмитрию теперь, тогда сумма их возрастов будет равна 49 годам. Сколько лет Григорию?
2. В тесте есть 10 сложных и 10 простых задач. Для решения каждой сложной задачи требуется 25 мин., а для простой — 10 мин. За решение сложной задачи начисляется 3 балла, простой — 1 балл. Абитуриент решал задачи не более 120 мин. и решил не менее 8 задач. Какое максимальное число очков он мог получить?
3. Найдите рациональное число — значение выражения

$$2\cos^6(5\pi/16) + 2\sin^6(11\pi/16) + 3\sqrt{2}/8.$$

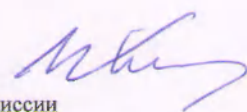
4. Решите уравнение $\frac{4}{\sqrt{\log_3(81x)} + \sqrt{\log_3 x}} + \sqrt{\log_3 x} = 3.$
5. Найдите наименьшее значение функции $y = \sin 2x - (\sin x + \cos x) + 1.$
6. Отношение суммы n членов геометрической прогрессии $\{b_n\}$ к сумме величин, им обратных, равно $1/6.$ Найдите произведение $b_1 b_n.$
7. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^4 - y^4 = 3\sqrt{|y|} - 3\sqrt{|x|} \\ x^2 - 2xy = 27 \end{cases}.$
8. На сторонах BC, CA, AB правильного треугольника ABC со стороной 7 взяты точки A_1, B_1, C_1 соответственно. Известно, что $AC_1 = BA_1 = CB_1 = 3.$ Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника, образованного прямыми $AA_1, BB_1, CC_1.$
9. В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит четырехугольник $ABCD,$ в котором $AB = AD = 6, CB = CD = 3,$ а стороны AB и BC взаимно перпендикулярны. Все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом $45^\circ.$ Найдите объем V пирамиды, зная, что $V > 12.$
10. При каких значениях параметра a уравнение $x^4 - 20x^2 + 64 = a(x^2 + 6x + 8)$ имеет ровно три различных решения?

Ректор
СПбПУ



А.И. Рудской

Председатель
Предметной комиссии



И.А. Комарчев

МАТЕМАТИКА, 2015 - 2016 г.

ВАРИАНТ 4

1. Ивану вдвое больше лет, чем Петру было тогда, когда Ивану было столько лет, сколько Петру теперь. Когда Петру станет столько лет, сколько Ивану теперь, тогда сумма их возрастов будет равна 54 годам. Сколько лет Петру?
2. В тесте есть 10 сложных и 20 простых задач. Для решения каждой сложной задачи требуется 30 мин., а для простой — 10 мин. За решение сложной задачи начисляется 4 балла, простой — 1 балл. Абитуриент решал задачи не более 100 мин. и решил не менее 5 задач. Какое максимальное число очков он мог получить?
3. Найдите рациональное число – значение выражения

$$\cos^6(3\pi/16) + \cos^6(11\pi/16) + 3\sqrt{2}/16.$$

4. Решите уравнение $\frac{1}{\sqrt{\log_5(5x)} + \sqrt{\log_5 x}} + \sqrt{\log_5 x} = 2.$
5. Найдите наибольшее значение функции $y = \sin 2x - (\sin x - \cos x) + 2.$
6. Отношение суммы n членов геометрической прогрессии $\{b_n\}$ к сумме величин, им обратных, равно $1/8$. Найдите произведение $b_1 b_n.$
7. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^6 - y^6 = 4\sqrt{|y|} - 4\sqrt{|x|} \\ x^2 - xy = 32 \end{cases}.$$
8. На сторонах BC, CA, AB правильного треугольника ABC со стороной 11 взяты точки A_1, B_1, C_1 соответственно. Известно, что $AC_1 = BA_1 = CB_1 = 5$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника, образованного прямыми $AA_1, BB_1, CC_1.$
9. В основании четырехугольной пирамиды $SABCD$ лежит четырехугольник $ABCD$, в котором $AB = AD = 6, CB = CD = 2$, а стороны AB и BC взаимно перпендикулярны. Все боковые грани наклонены к плоскости основания под углом 60° . Найдите объем V пирамиды, зная, что $V > 12$.
10. При каких значениях параметра a уравнение $x^4 - 40x^2 + 144 = a(x^2 + 4x - 12)$ имеет ровно три различных решения?