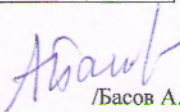


ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2015

МАТЕМАТИКА, 11 класс, ВАРИАНТ 1

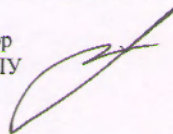
1.	Найдите наименьшее натуральное число, кратное 13, которое при делении на 6 и на 7 дает остаток 1.
2.	Саша и Маша сажали цветы. Саша взялся за дело с самого утра, а Маша начала посадки через полчаса после Саши, еще через полтора часа она сравнялась с Сашей по числу посаженных цветов, а закончила работу на час раньше Саши. Сколько часов работал Саша, если он имел задание на 20% больше, чем Маша?
3.	Найдите целое число — сумму первых семи членов последовательности $x_n = \operatorname{tg} \frac{\pi n}{7} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi(n-1)}{7}$.
4.	Найдите тройку чисел (x, y, z) , если числа $\log_{2y} x, \log_z (2y), \log_x z$ образуют геометрическую прогрессию и справедливо равенство $2y^2 - 2y + 1 = 6xy - 9x^2$.
5.	Решите неравенство $\log_{x+4x^{-1}} (16 - x-2) < 2$.
6.	Решите систему уравнений $\begin{cases} (x^2 + 16)(y^2 + 16) = 640, \\ (x + y)(xy - 16) = 48. \end{cases}$
7.	Решите уравнение $2 \cos x \cos 3x + 3 \cos 2x \cos 7x = 5$.
8.	Равнобокая трапеция описана около окружности радиуса 3. Отношение площади трапеции к площади четырехугольника с вершинами в точках касания сторон трапеции и окружности равно 18. Найдите площадь трапеции.
9.	В основании пирамиды $SABC$ лежит равнобедренный треугольник ABC , у которого $AB = AC = 10$, $BC = 16$. Ребро SA перпендикулярно плоскости основания. Перпендикуляр, опущенный из вершины A на плоскость SBC , проходит через центр окружности, вписанной в треугольник SBC . Найдите объем пирамиды.
10.	Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{1}{2 \cos^2 x - \cos^4 x} + \frac{1}{2 \sin^2 x + \cos^4 x}$.

ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2015
МАТЕМАТИКА, 11 класс, ВАРИАНТ 2

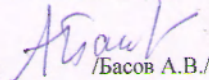
1.	Найдите наименьшее натуральное число, кратное 11, которое при делении на 5 и на 7 дает остаток 1.
2.	Петя и Наташа сажали цветы. Петя взялся за дело с самого утра, а Наташа начала посадки через полчаса после Пети, еще через час она сравнялась с Петей по числу посаженных цветов, а закончила работу на полтора часа раньше Пети. Сколько часов работал Петя, если он имел задание на 20% больше, чем Наташа?
3.	Найдите целое число — сумму первых девяти членов последовательности $x_n = \operatorname{tg} \frac{\pi n}{9} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi(n-1)}{9}$.
4.	Найдите тройку чисел (x, y, z) , если числа $\log_{3y} x, \log_z (3y), \log_x z$ образуют геометрическую прогрессию и справедливо равенство $2y^2 - 2y + 1 = 8xy - 16x^2$.
5.	Решите неравенство $\log_{4x+x-1} (16 - 2x-1) < 2$.
6.	Решите систему уравнений $\begin{cases} (x^2 + 4)(y^2 + 4) = 40, \\ (x + y)(xy - 4) = 6. \end{cases}$
7.	Решите уравнение $\cos x \cos 3x + 3 \cos 2x \cos 6x = 4$.
8.	Равнобокая трапеция описана около окружности радиуса 2. Отношение площади трапеции к площади четырехугольника с вершинами в точках касания сторон трапеции и окружности равно 8. Найдите площадь трапеции.
9.	В основании пирамиды $SABC$ лежит равнобедренный треугольник ABC , у которого $AB = AC = 15$. Ребро SA перпендикулярно плоскости основания и имеет длину 20. Перпендикуляр, опущенный из вершины A на плоскость SBC , проходит через центр окружности, вписанной в треугольник SBC . Найдите объем пирамиды.
10.	Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{1}{4 \cos^2 x - 2 \cos^4 x} + \frac{1}{4 \sin^2 x + 2 \cos^4 x}$.

Ректор
СПбПУ



/Рудской А.И./

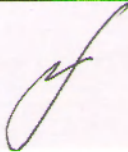
Председатель
Предметной комиссии


/Басов А.В./

ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2015
МАТЕМАТИКА, 11 класс, ВАРИАНТ 3

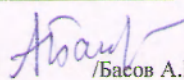
1.	Найдите наименьшее натуральное число, кратное 11, которое при делении на 5 и на 8 дает остаток 1.
2.	Саша и Маша сажали цветы. Саша взялся за дело с самого утра, а Маша начала посадки через полчаса после Саши, еще через полтора часа она сравнялась с Сашей по числу посаженных цветов, а закончила работу на полтора часа раньше Саши. Сколько часов работал Саша, если он имел задание на 25% больше, чем Маша?
3.	Найдите целое число — сумму первых одиннадцати членов последовательности $x_n = \operatorname{tg} \frac{\pi n}{11} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi(n-1)}{11}$.
4.	Найдите тройку чисел (x, y, z) , если числа $\log_2 x, \log_2(2y), \log_x z$ образуют геометрическую прогрессию и справедливо равенство $2y^2 - 4y + 4 = 6xy - 9x^2$.
5.	Решите неравенство $\log_{9x+x^{-1}}(36 - 3x - 1) < 2$.
6.	Решите систему уравнений $\begin{cases} (x^2 + 4)(y^2 + 4) = 40, \\ (x - y)(xy + 4) = 6. \end{cases}$
7.	Решите уравнение $2 \cos x \cos 5x + 4 \cos 2x \cos 9x = 6$.
8.	Равнобочная трапеция описана около окружности радиуса 3. Отношение площади трапеции к площади четырехугольника с вершинами в точках касания сторон трапеции и окружности равно 8. Найдите площадь трапеции.
9.	В основании пирамиды $SABC$ лежит равнобедренный треугольник ABC , у которого $AB = AC = 15$, $BC = 18$. Ребро SA перпендикулярно плоскости основания. Перпендикуляр, опущенный из вершины A на плоскость SBC , проходит через центр окружности, вписанной в треугольник SBC . Найдите объем пирамиды.
10.	Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{1}{6 \sin^2 x - 3 \sin^4 x} + \frac{1}{6 \cos^2 x + 3 \sin^4 x}$.

Ректор
СПБПУ



/Рудской А.И./

Председатель
Предметной комиссии



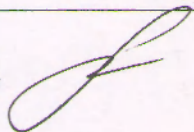
/Басов А.В./

ПОЛИТЕХНИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2015

МАТЕМАТИКА, 11 класс, ВАРИАНТ 4

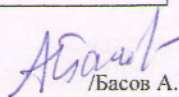
1.	Найдите наименьшее натуральное число, кратное 19, которое при делении на 9 и на 7 дает остаток 1.
2.	Петя и Наташа сажали цветы. Петя взялся за дело с самого утра, а Наташа начала посадки через час после Пети, еще через три часа она сравнялась с Петей по числу посаженных цветов, а закончила работу на час раньше Пети. Сколько часов работал Петя, если он имел задание на 25% больше, чем Наташа?
3.	Найдите целое число — сумму первых тринадцати членов последовательности $x_n = \operatorname{tg} \frac{\pi n}{13} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi(n-1)}{13}$.
4.	Найдите тройку чисел (x, y, z) , если числа $\log_{3y} x, \log_2(3y), \log_x z$ образуют геометрическую прогрессию и справедливо равенство $2y^2 - 6y + 9 = 10xy - 25x^2$.
5.	Решите неравенство $\log_{x+9x^{-1}}(36 - x-3) < 2$.
6.	Решите систему уравнений $\begin{cases} (x^2 + 16)(y^2 + 16) = 640, \\ (x - y)(xy + 16) = 48. \end{cases}$
7.	Решите уравнение $\cos x \cos 5x + 6 \cos 2x \cos 8x = 7$.
8.	Равнобочная трапеция описана около окружности радиуса 2. Отношение площади трапеции к площади четырехугольника с вершинами в точках касания сторон трапеции и окружности равно 18. Найдите площадь трапеции.
9.	В основании пирамиды $SABC$ лежит равнобедренный треугольник ABC , у которого $AB = AC = 20$. Ребро SA перпендикулярно плоскости основания и имеет длину 15. Перпендикуляр, опущенный из вершины A на плоскость SBC , проходит через центр окружности, вписанной в треугольник SBC . Найдите объем пирамиды.
10.	Найдите наименьшее значение функции $y = \frac{1}{8 \sin^2 x - 4 \sin^4 x} + \frac{1}{8 \cos^2 x + 4 \sin^4 x}$.

Ректор
СПбПУ



/Рудской А.И./

Председатель
Предметной комиссии


/Басов А.В./