

**М10.1** Пусть  $a_n = 2^n + 3^n$ . Какое наибольшее количество подряд идущих членов последовательности  $a_n$  могут быть простыми числами?

**М10.2** Известно, что из чисел  $a$ ,  $a + b$ ,  $a + b^2$  можно составить арифметическую прогрессию. Найдите  $b$  если известно, что оно — не целое число.

**М10.3** Пять действительных чисел таковы, что произведение любых четырёх из них больше 1. Докажите, что если произведение всех пяти чисел меньше 1, то оно меньше  $-1$ .

**М10.4** Окружность  $\omega$ , центр которой совпадает с центром окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , проходит через середину стороны  $BC$ , касается стороны  $AB$ , и пересекает сторону  $AC$  в точках  $E$  и  $F$ . Найдите радиус окружности  $\omega$ , если известно, что  $AE = EF = FC = 2$ .

**М10.5** На доске  $9 \times 9$  некоторые клетки покрасили в один из двух цветов. Оказалось, что если король идёт с любой незакрашенной клетки до любой другой незакрашенной клетки, то он обязательно пройдёт через клетки двух цветов. (За один ход короля можно поставить на клетку, имеющую с данной хотя бы одну общую вершину). Какое наибольшее количество незакрашенных клеток могло быть на доске?