

54-я Выездная физико-математическая олимпиада

Задачи по математике:

8-9 класс

1. Три ученика А, В и С участвовали в беге на 100 м. Когда А прибежал на финиш, В был позади него на 10 м, также, когда В финишировал, С был позади него на 10 м. На сколько метров на финише А опередил С?
2. Укажите наименьшее натуральное число N такое, что при вычеркивании цифр числа N можно получить числа, произведение цифр которых равно 16, 20, 24, 28, 32, 36. Доказывать, что число наименьшее, не требуется.
3. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ серединные перпендикуляры к сторонам AB , BC и CD не пересекаются внутри этого четырехугольника и пересекают сторону AD соответственно в точках P , Q , R . Известно, что $AP = PQ = QR = RD$. Докажите, что $ABCD$ – трапеция.
4. Различные действительные числа a, b, c таковы, что $a^3(b-c) + b^3(c-a) + c^3(a-b) = a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)$. Какие значения может принимать выражение $a+b+c$?
5. Можно ли закрасить каждую клетку 1×1 квадрата 1000×1000 в один из трех цветов: красный, синий и зеленый так, чтобы у каждой красной клетки были две соседние синие клетки, у каждой синей клетки – две соседние зеленые клетки, у каждой зеленой клетки – две соседние красные клетки? Клетки являются соседними, если они имеют общую сторону.