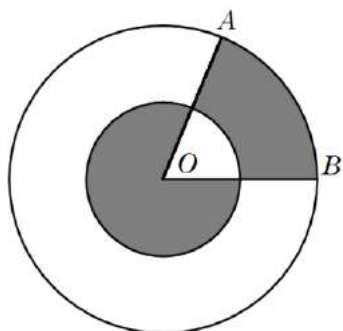


**2018-2019 учебный год**  
**Заключительный этап -11 класс**

**Задание 1.** Петя написал на доске пятизначное число, состоящее из различных четных цифр. Вася стер одну цифру так, чтобы получившееся число делилось на 18. Какую цифру стер Вася?

**Задание 2.** Два круга с радиусами 1 и 2 имеют общий центр  $O$ . Площадь закрашенной области в три раза меньше площади большего круга. Найдите угол  $\angle AOB$ .



**Задание 3.** Докажите, что  $\sqrt[3]{\sqrt{5} + 2} - \sqrt[3]{\sqrt{5} - 2}$  рациональное число.

**Задание 4.** В ряд выписаны  $n$  целых чисел, так чтобы сумма любых семи подряд идущих чисел положительна, а сумма любых одиннадцати подряд идущих чисел отрицательна. При каком наибольшем  $n$  это возможно?

**Задание 5.** Дана функция  $f(x)$ , удовлетворяющая условию

$$f(xy + 1) = f(x)f(y) - f(y) - x + 2.$$

Чему равно  $f(2017)$ , если известно, что  $f(0) = 1$ ?

**Задание 6.** В пространстве расположены два равных правильных тетраэдра со стороной  $\sqrt{6}$ . Известно, что их центры совпадают. Докажите, что объем их общей части больше чем  $\frac{1}{2}$ .

**Задание 7.** Дана бесконечная последовательность  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$

Докажите, что для любого натурального  $k \geq 3$ , из этой последовательности можно выделить  $k$  членов, являющиеся последовательными членами некоторой арифметической прогрессии.