

2018-2019 учебный год
Заключительный этап -10 класс

Задание 1. Коля написал на доске десятизначное число, состоящее из различных цифр. Саша дописал одну цифру так, чтобы получившееся число делилось на 9. Какую цифру мог дописать Саша?

Задание 2. Пусть $f(n)$ равно произведению чётных цифр натурального числа n или равно нулю, если четных цифр нет. Найти сумму $f(1) + f(2) + \dots + f(100)$.

Задание 3. Решите систему уравнений в натуральных числах

$$\begin{cases} ab = c + d \\ cd = a + b \end{cases}$$

Задание 4. В изначально пустую комнату каждую минуту либо заходят 2 человека, либо выходит 1 человек. Может ли через 2019 минут в комнате быть ровно 2018 человек?

Задание 5. В ряд выписаны n целых чисел, так чтобы сумма любых трех подряд идущих чисел положительна, а сумма любых пяти подряд идущих чисел отрицательна. При каком наибольшем n это возможно?

Задание 6. Дана трапеция $ABCD$, $AD \parallel BC$. На стороне AB выбрана точка E . Докажите, что расстояние между центрами описанных окружностей треугольников ADE и BCE не зависит от выбора точки E .

Задание 7. Можно ли разрезать клетчатый прямоугольник 2018×2020 на клетчатые прямоугольники 5×8 ?