

Задача 7. Нина и Шура живут в одном подъезде. Нина живёт на 6 этаже. Выходя от Нины, Шура пошла не вниз, как ей было нужно, а вверх. Дойдя до последнего этажа, Шура поняла свою ошибку и пошла вниз на свой этаж. Оказалось, что Шура прошла в полтора раза больше, чем если бы она сразу пошла вниз. Сколько этажей в доме?

Ответ: 7

Задача 8. Найдите количество неположительных целых чисел, для которых значения квадратного трехчлена $2x^2 + 2021x + 2019$ не положительны.

Ответ: 1009

Задача 9. О трапеции $ABCD$ ($BC \parallel AD$) известно, что угол $B = 150^\circ$ равен, угол D – прямой, $AB = 4$, $BC = 3 - \sqrt{3}$. Найдите периметр трапеции.

Ответ: 12

Задача 10. Неотрицательные числа a и b таковы, что $a^2 + b^2 = 74$ и $ab = 35$. Чему равно значение выражения $a^2 - 12a + 54$?

Ответ: 19

10 класс

Задача 1. Решить уравнение $\frac{\sqrt{20}-\sqrt{18}}{\sqrt{20}+\sqrt{18}} = 19 - x\sqrt{10}$

Ответ: 6

Задача 2. Найдите остаток от деления числа $2^{2018} + 2019$ на 5?

Ответ: 3

Задача 3. Найти наименьшее значение выражения $\frac{x}{2} + \frac{8}{x}$ при положительных значениях x .

Ответ: 4

Задача 4. Боковые стороны трапеции равны 13 и 15, а основания – 6 и 20. Прямая проведенная через вершину меньшего основания параллельно меньшей боковой стороне, отсекает от трапеции треугольник. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: 84

Задача 5. На доске выписаны третий, четвертый и пятый члены геометрической прогрессии: 567; 189; 63 соответственно. Найдите сумму первого и седьмого членов этой прогрессии.

Ответ: 5110

Задача 6. Функция $f(x)$ определена на всей числовой прямой и удовлетворяет равенству $f(x)(x + 1) = x - f(1 - x)$. Найдите $f(1)$.

Ответ: 1

Задача 7. Две окружности касаются в точке A . К ним проведена общая (внешняя) касательная, касающаяся окружностей в точках C и B . Найдите угол CAB .

Ответ: 90

Задача 8. Расстояние между пунктами A и B составляет 150 километров. Из них одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля. Известно, что спустя $\frac{9}{10}$ часа расстояние между машинами до встречи было 24 км, а еще через $\frac{3}{5}$ часа расстояние до пункта назначения одного автомобиля было в два раза больше чем у другого. Найдите скорости автомобилей. В ответе укажите произведение найденных скоростей.

Ответ: 4800

Задача 9. Найти все возможные натуральные n такие, что

$$n^2 = p^2 + pq + q^2,$$

где p и q - простые числа.

Ответ: 7

Задача 10. В треугольнике ABC на стороне AB взята точка D таким образом, что окружность проходящая через точки A, C, D касается прямой BC . Найдите длину AD , если известны длины следующих отрезков $AC=14, BC=8, CD=7$.

Ответ: 12

11 класс

Задача 1. Вероятность того, что батарейка бракованная, равна $0,05$. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две таких батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Ответ: 0,9025

Задача 2. На танцевальной площадке собрались 8 юношей и 8 девушек. Сколькими способами они могут разбиться на пары для участия в очередном танце?

Ответ: 40320

Задача 3. Сколько существует четырехзначных чисел, в записи которых есть хотя бы одна чётная цифра?

Ответ: 8375

Задача 4. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ известно, что $\angle BAC = 48^\circ, \angle DAC = 66^\circ$ и $\angle CBD = \angle DBA$. Найдите $\angle BDC$.

Ответ: 24

Задача 5. Числовая функция f такова, что для любых x и y выполняется равенство $f(x + y) = f(x) + f(y) + 80xy$. Найдите $f(1)$, если $f\left(\frac{1}{4}\right) = 2$.

Ответ: 38

Задача 6. Найти сумму всех возможных натуральных n таких, что

$$n + S(n) + S(S(n)) + S(S(S(n))) + S(S(S(S(n)))) = 2018,$$

где $S(n)$ – сумма цифр числа n .

Ответ: 3986

Задача 7. В новом фруктовом саду, имеющем форму прямоугольника, посадили N саженцев некоторого сорта яблонь в вертикальных и горизонтальных рядах. После того, как саженцы выросли, оказалось, что из N саженцев ровно 1% были саженцами другого сорта яблонь. Деревья этого нового сорта имелись не менее чем в 40% вертикальных рядов сада и не менее чем в 30% горизонтальных рядов. Найти наименьшее возможное значение N .

Ответ: 1200

Задача 8. Чему равна наибольшая площадь проекции на плоскость прямоугольного параллелепипеда с измерениями 1, 2, 3?

Ответ: 7

Задача 9. Найдите наименьшее число такое что при делении на 2018 был остаток 2017, при делении на 2019 был остаток 2018 и при делении на 2020 был остаток 1.

Ответ: 4074341

Задача 10. Решите уравнение

$20\{x\} - 18[x] = 0$, где через $[x]$ обозначена целая часть числа x , т. е. наибольшее целое число, не превосходящее x ; через $\{x\}$ обозначена дробная часть числа x , т. е. $\{x\} = x - [x]$. В ответе запишите сумму корней.

Ответ: 1,9