

**Северо-Восточная олимпиада по математике
2017-2018 учебный год
Заключительный этап**

9 класс

1. Может ли разность квадратов двух натуральных чисел равняться 2018?
2. Докажите, что графики квадратных трехчленов: $y = ax^2 - bx + c$, $y = bx^2 - cx + a$, $y = cx^2 - ax + b$ имеют общую точку.
3. Диагонали четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность с центром в точке O , пересекаются в точке P . Известно, что $OP \perp BC$. Докажите, что $AB = CD$.
4. Решите уравнение

$$x^{2018} + \frac{1}{x^{2018}} = 1 + x^{2019}.$$

5. Можно ли расставить по кругу числа от 1 до 30 так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была равна квадрату некоторого натурального числа?