

**Северо-Восточная олимпиада по математике
2017-2018 учебный год
Заключительный этап**

6 класс

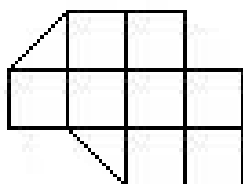
6.1. Сколько существует двузначных чисел, сумма цифр которых равняется 9?

Ответ: 9

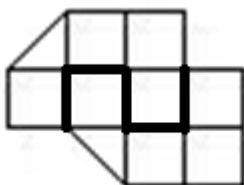
Решение: Первая цифра искомым двузначных чисел может равняться любой цифре от 1 до 9. Т.е. таких чисел 9 штук: 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90.

Критерии: Только за правильный ответ – 3 балла. Если выписаны (описаны) все 9 чисел – 7 баллов.

6.2. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке на две равные части. (Разрезать можно не только по сторонам клеток, но и по их диагоналям)



Ответ:



6.3. Учительница дала каждой девочке по две конфеты, каждому мальчику по одной конфете. Затем дети разбились на группы из трех человек. Докажите, что найдутся две группы с одинаковым количеством конфет, если детей было 15.

Решение: В каждой группе всего может быть 3, 4, 5 или 6 конфет, т.е. 4 варианта, а групп 5, что больше 4. Значит, у каких-то двух групп количества конфет совпадут по принципу Дирихле.

6.4. Расставьте вместо звёздочек между дробями знаки «+», «х» и скобки так, чтобы получилось верное равенство.

$$\frac{70}{3} * \frac{421}{5} * \frac{16}{7} = 2018$$

Ответ:

$$\frac{70}{3} \times \left(\frac{421}{5} + \frac{16}{7} \right) = 2018$$

6.5. Пять рыбаков выловили вместе 36 рыб, причем никакие два не выловили одинакового числа рыб. Докажите, что есть два рыбака, выловившие вместе не менее половины всех рыб.

Решение: Рассмотрим двух рыбаков, выловивших наибольшее количество рыб. Если из них тот, кто выловил меньше рыб, выловил 9 рыб, то они вместе выловили не менее $9+10=19$ рыб (Это больше половины). Если он выловил меньше 9 рыб, то тот рыбак, который выловил больше всего рыб из оставшихся трех, выловил не более 7 рыб. Значит вместе с двумя остальными они выловили не более $7+6+5=18$ рыб, т.е. Остальные два выловили не менее 18 рыб. Что и требовалось доказать.