

10 класс

1. Когда одно из двух целых чисел увеличили в 1996 раз, а другое уменьшили в 96 раз, их сумма не изменилась. Чему может равняться их частное?

□
□
□

2. Плитка черно-белого шоколада состоит из отдельных долек, образующих n горизонтальных и m вертикальных рядов, раскрашенных в шахматном порядке. Ян съел все черные дольки, а Максим все белые. Чему равно $m + n$, если известно, что Ян съел на $8\frac{1}{3}\%$ больше долек, чем Максим.

3. Функция $f(x)$ такова, что для всех натуральных $n > 1$ существует простой делитель p числа n такой, что

$$f(n) = f\left(\frac{n}{p}\right) - f(p).$$

Известно, что $f(1001) = 1$. Чему равно $f(1002)$?

4. На прямой отмечено 3025 точек. Середины каждой двух из отмеченных точек покрасили в зеленый, синий или красный цвет. Докажите, что количество покрашенных в один из цветов точек на прямой не менее 2016.

5. Решить уравнение:

$$x + \frac{7}{x} = [x] + \frac{7}{[x]},$$

где $x = [x] + \{x\}$.

6. Во вписанном четырехугольнике $ABCD$ окружность описанная около треугольника COD (O – точка пересечения диагоналей) проходит через центр описанной окружности четырехугольника $ABCD$. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ – трапеция.

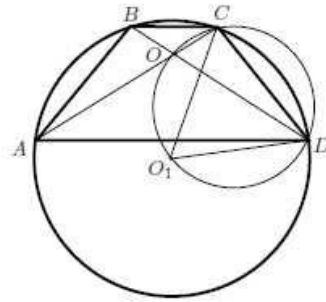


Рис. 1:

7. Существуют ли 2016 последовательных натуральных чисел, среди которых есть ровно 16 простых чисел?