7 класс

1. Расставьте знаки «+», «−», «×», «:» и скобки, чтобы получить верное равенство:

$$2 \quad 0 \quad 1 \quad 6 = 4.$$

Решение: Например, $-2 + 0 + 1 \cdot 6 = 4$.

Критерий: Полное решение – 20 баллов; за примеры в которых рассматриваются двузначные числа (например, $20 - 16 = 4$, $20 : (-1 + 6) = 4$) – 12 баллов.

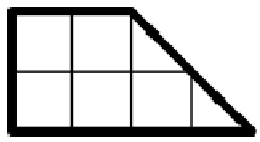
2. Натуральное двузначное число умножили один раз на его первую цифру и дважды на вторую. Получилось 2016. Найдите исходное число и докажите, что других нет.

Ответ: 72.

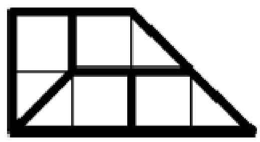
Решение: Разложим число 2016 на простые множители – $2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$. Из разложения видно, что вторая цифра не может быть 7, иначе она бы входила в разложение в степени не меньшей двух. Значит либо исходное число делится на 7, либо первая цифра исходного числа равна 7. Несложным перебором можно убедиться, что двузначные числа кратные 7 не подходят. Следовательно, исходное число начинается с 7. Перебрав числа от 70 до 79 убеждаемся, что подходит только число 72.

Критерий: Полное решение (если решение не исключает **все** двузначные числа кроме 72, то решение считается неверным) – 20 баллов; если ход решения верен, но присутствуют места, в которых написано и т.д. или ... – 15 баллов; в решении присутствует разложение на простые множители – +3 балла; только ответ – 6 баллов.

3. Разрежьте фигуру, изображенную на рисунке, на четыре равные части.



Ответ:



Критерий: Правильный ответ – 20 баллов.

4. Дано 12 различных двузначных чисел. Докажите, что среди них найдутся два числа, разность которых – двузначное число с одинаковыми цифрами.

   Решение: Рассмотрим остатки от деления этих чисел на 11. Т.к. чисел 12, а различных возможных остатков всего 11, то среди этих чисел найдутся хотя бы два числа с одинаковым остатком при делении на 11. Следовательно, их разность делится на 11. Но разность этих чисел так же двузначное число, а значит это число с одинаковыми цифрами.

   Критерий: Полное решение – 20 баллов; рассмотрены остатки при делении на 11 – 9 баллов; за частные случаи – 0 баллов.

5. В куче 2016 камней. Витя и Саша играют в следующую игру: ходят по очереди, Витя за ход может взять из кучи любое четное число камней от 2 до 200, а Саша – любое нечетное число камней от 1 до 199. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто имеет выигрышную стратегию, если Витя ходит первым?

   Ответ: Витя.

   Решение: Витя первым ходом забирает 6 камней. Тогда в куче останется $2010 = 201 \cdot 10$ камней. Далее каждый раз, если Саша берет нечетное число камней k, то Витя будет брать четное число камней $201-k$. Таким образом после 6 хода Вити в куче не останется камней и Саша не сможет сделать ход.

   Критерий: Полное решение – 20 баллов; решение для случая, когда игру начинает Саша – 15 баллов; рассмотрен случай, когда останется 201 камень, но не показано как до такого случая дойти – 3 балла; за частные случаи – 0 баллов.