

6 класс

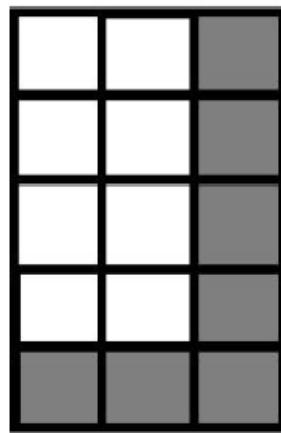
1. Сломанный разменный автомат меняет одну монету на три или на пять монет. Можно ли с его помощью поменять 1 монету на 25 монет?

Ответ: Да.

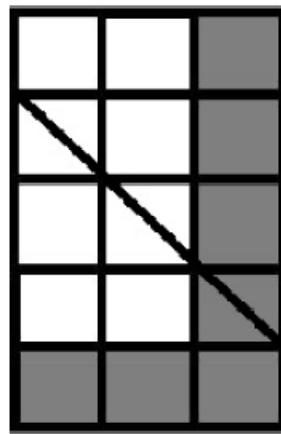
Решение: Если поменять одну монету на пять, то количество монет увеличится на четыре. Проделав эту операцию шесть раз, из 1 монеты получим 25 монет.

Критерии оценивания. Правильный пример — 20 баллов. Только ответ — 3 балла.

2. Два брата хотят поделить плитку шоколада 3х5, состоящую из темного и белого шоколада (см. рис.), на два куска прямолинейным разрезом так, чтобы каждому брату досталось одинаковое количество белого шоколада и темного шоколада.



Ответ:



Критерии оценивания. Правильный рисунок — 20 баллов.

3. Маленький Айталь взял отрывной календарь 2016 года и хочет посчитать, сколько всего цифр в нем. Помогите ему, если в феврале этого года 29 дней.

Ответ: 624.

Решение: В каждом месяце минимум 29 дней. В 7 месяцах по 31 дню и 4 месяцах по 30 дней.

$$9 + 20 \cdot 2 = 49.$$

$$49 \cdot 12 + 7 \cdot 2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 = 588 + 28 + 8 = 624.$$

Критерии оценивания: Правильное решение — 20 баллов. Правильное решение с незначительными арифметическими ошибками — 17 баллов. Решение с учетом того, что в календаре есть год и месяц — 20 баллов. Только ответ — 3 балла.

4. В парке по кругу растут 8 берез, 4 сосны и 3 дуба. Верно ли, что какие-то две березы растут рядом?

Ответ: Верно.

Решение: Количество берез больше, чем количество остальных деревьев. Представим, что остальные деревья делят круг на участки, в которых может быть не более одной березы. Такого не может быть, так как количество участков равно количеству сосен и дубов. По принципу Дирихле какие-то две березы растут рядом.

Критерии оценивания. Правильное решение — 20 баллов. Ответ без доказательства — 0 баллов.

5. На круглом столе без наложений лежат круглые фишечки разного размера. Докажите, что можно выдвинуть все фишечки одну за другой со стола так, чтобы при этом они не задевали друг друга.

Решение: Принцип крайнего. Возьмем фишку, центр которой ближе всего лежит к краю стола. Выдвигая такую фишку мы не заденем других фишечек. Далее берем следующую фишку, центр которой ближе всего к краю. И так далее. Важно, что крайняя фишечка это та, центр которой ближе к краю, так как фишечки могут быть разного радиуса.

Критерии оценивания. Правильное решение — 20 баллов. Сказано, что нужно сначала выдвигать крайнюю фишку — 8 баллов.