

6 класс

Задача 1. Яблоко и банан весят столько же, сколько грейпфрут. Одно яблоко по весу равно банану и апельсину вместе. Два грейпфрута весят столько же, сколько весят три апельсина. Сколько бананов уравновесят одно яблоко?

Решение	Критерии
Составим уравнения: $Я + Б = Г$ (1) $Я = Б + А$ (2) $2Г = 3А$ (3) Вычтем из уравнения (1) уравнение (2): $2Б = Г - А$ Из (3) получим $Г = 3А/2$. Тогда $2Б = А/2$. Или $А = 4Б$. Подставляя в (3), получим $Я = 5Б$. Ответ: 5 бананов.	Только ответ - 1 балл.

Задача 2. В классе 30 человек. Может ли быть так, что 7 из них имеют по 5 друзей, 13 -- по 4 друга, а 10 -- по 7 друзей в этом классе?

Решение	Критерии
Посчитаем количество дружеских связей. Их количество равно $\frac{7 \cdot 5 + 13 \cdot 4 + 10 \cdot 7}{2} = \frac{157}{2} = 78,5$. Чего не может быть, так как количество дружеских связей должно быть целым. Комментарий: Найдена сумма $(7 \cdot 5 + 13 \cdot 4 + 10 \cdot 7) = 157$ – 3 балла. Ответ: Не может.	1 балл

Задача 3. Витя задумал трехзначное число и прибавил к этому числу сумму его цифр. Коля также задумал трехзначное число и тоже прибавил к нему сумму его цифр. В результате сложения у Вити и Коли получились одинаковые числа. Верно ли, что они задумали одинаковые числа?

Решение	Критерии
Например, 191 и 200. $191 + 1 + 9 + 1 = 202$, $200 + 2 + 0 + 0 = 202$. Ответ: Верно	Приведен верный пример - 7 баллов

Задача 4. В правой верхней клетке шахматной доски стоит фишка, которая может двигаться влево или вниз. Алеша и Саша ходят по очереди, сдвигая фишку влево или вниз на любое число клеток. Первым ходит Алеша. Кто не может сделать ход – проигрывает. У кого есть возможность всегда выигрывать? Как?

Решение	Критерии
Стратегия Саши заключается в том, чтобы возвращать фишку на диагональ доски. Тогда Алеша каждым своим ходом ставит фишку не на диагональ, т.е. при такой стратегии Саши Алеша не выиграет, а так как доска конечная, то выиграет Саша. Ответ: У Саши.	Частично приведена стратегия Саши – 1 балл.

Задача 5. Учительница написала на доске три числа отличные от нуля и велела Вовочке одно из них уменьшить на треть, другое увеличить на четверть, а третье уменьшить на одну пятую

и результаты записать в тетради. Оказалось, что в тетради Вовочка записал те же числа, что и на доске, но в другом порядке. Ошибся ли Вовочка? Если нет, то приведите пример, если да, то докажите.

Решение	Критерии
Пусть учительница написала на доске числа x, y, z. Запишем произведение чисел, записанных Вовочкой: $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot x \cdot y \cdot z$. Понятно, что оно должно быть равно $x \cdot y \cdot z$, но это не так. Значит, Вовочка ошибся. Ответ: Ошибся.	Проверены все варианты расположения чисел, доказана неверность – 7 баллов. Проверен один вариант – 3 балла.