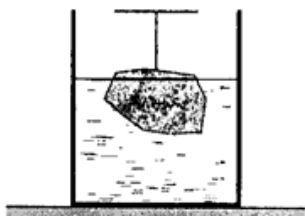


**2014-2015 учебный год**  
**9 класс. Заключительный этап**

**Вариант 1**

**Задача 1.** На нити, привязанной к стойке, висит кусок льда, частично погруженный в воду, налитую в цилиндрический сосуд (см рис.1). Найти силу натяжения нити, если после этого, как лед растаял, уровень воды в сосуде изменился на  $\Delta h=3$  см. Площадь дна сосуда  $S=60$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho=1$ г/см<sup>3</sup>.



**Решение.** Условие равновесия куска льда:

$$\rho_{\text{л}} V g + T = \rho V_{\text{А}} g$$

(1)

где  $\rho_{\text{л}}$  – плотность льда,  $V$  – объем льда,  $V_{\text{А}}$  – объем погруженной в воду части льда. Объем воды, образовавшейся из растаявшего льда:

$$V_{\text{В}} = \frac{\rho_{\text{л}} V}{\rho} \quad (2)$$

Изменение уровня воды в сосуде после того, как лед растает:

$$\Delta H = \frac{V_{\text{В}} - V_{\text{А}}}{S} \quad (3)$$

Из (3)  $\rightarrow V_{\text{А}} = V_{\text{В}} - \Delta H S$

Подставляем найденные значения в (1):

$$T = \rho V_{\text{А}} g - \rho_{\text{л}} V g = \rho \left( \frac{\rho_{\text{л}} V}{\rho} - \Delta H S \right) g - \rho_{\text{л}} V g \Rightarrow \quad (4)$$

$$T = g S \Delta H = 1,8 \text{ Н.} \quad (5)$$

№	Критерии оценивания	баллы
1	Записано условие равновесия (1)	4 б
2	Записано выражение для объема воды, образовавшейся из растаявшего льда	4 б
3	Определено выражение для изменения уровня воды в сосуде после того, как лед растает	4б
4	Найдено выражение (4) для силы натяжения нити	4б
5	Получена формула (5)	2б
6	Правильный численный результат	2б

**Задача 2.** Два груза массой  $m$  каждый связаны нитью. Между грузами вставлена легкая упругая пружина, сжатая на величину  $x$ . Систем движется со скоростью  $v$  вдоль прямой, перпендикулярной ее оси (см рис.2). Нить пережигают, и грузы разлетаются под углом  $90^{\circ}$ . Найти коэффициент упругости пружины.



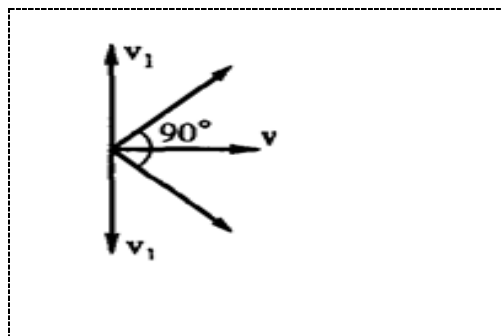
**Решение.** В системе координат, движущейся со скоростью  $v$ , грузы покоятся, а после разрыва разлетаются с одинаковыми скоростями в противоположных направлениях. В неподвижной системе координат угол разлета будет  $90^{\circ}$  и по теореме Пифагора (см. рис.2)

$$v_1 = v.$$

В силу закона сохранения энергии:

$$\frac{kv^2}{2} = \frac{2mv_1^2}{2} = mv^2.$$

$$k = \frac{2mv^2}{v^2}$$



	Критерии оценивания	баллы
1	Введена движущаяся система координат	4 б
2	Сделан правильный рисунок разлета в подвижной системе координат	4 б
3	Правильно определен угол разлета	4б
4	Правильно записано выражение для закона сохранения энергии	4б
5	Получена формула для жесткости к	2б
6	Получен правильный численный результат	2б

**Задача 3.** Два мальчика из Якутии Аял и Аян оставили зимой ведра с водой на улице. При этом Аял решил прикрыть свое ведро газетой. Что будет с ведрами утром?

**Решение.** В сильный якутский мороз вода в ведре быстро замерзает. Образование льда начинается вблизи стенок ведра. Образовавшийся у поверхности толстый и прочный лед препятствует дальнейшему увеличению объема воды при переходе вода→лед. В результате происходит деформация или даже разрыв ведра. Если ведро закрыть газетой, то уменьшается охлаждение с поверхности и образование льда начинается снизу. В этом случае можно избежать опасных деформаций ведра.

№	Критерии оценивания	баллы
1	Сделан вывод, что образовавшийся у поверхности лед будет препятствовать расширению воды	4 б
2	Указано, что такой процесс может привести к деформации ведра	4 б
3	Имеется вывод, что газета уменьшает охлаждение с поверхности	4б
4	Предположено, что образование льда начнется снизу	4б
5	Сделан вывод, что в этом случае можно избежать опасных деформаций ведра	4б

**Задача 4.** В старой аккумуляторной батарее, состоящей из  $n$  последовательно соединенных аккумуляторов, резко возросло внутреннее сопротивление одного из аккумуляторов и стало равным  $\rho = 10r$ , где  $r$  - внутреннее сопротивление нормального аккумулятора. Считая ЭДС всех аккумуляторов одинаковыми, определить, при каких значениях нагрузки  $R$  мощность, выделяемая на нагрузке, не изменится при коротком замыкании поврежденного аккумулятора.

**Решение.** При замыкании батареи аккумуляторов на сопротивление  $R$  по цепи идет ток

$$I_1 = \frac{n\varepsilon}{(n-1)r - 10r + R} \quad (1)$$

а на сопротивлении  $R$  нагрузки выделяется мощность

$$W_1 = I_1^2 R = \frac{n^2 \varepsilon^2}{[(n-1)r - 10r + R]^2} R \quad (2)$$

После замыкания поврежденного аккумулятора по цепи будет идти ток

$$I_2 = \frac{(n-1)\varepsilon}{((n-1)r + R)} \quad (3)$$

а на нагрузке будет выделяться мощность

$$W_2 = I_2^2 R = \frac{(n-1)^2 \varepsilon^2}{[(n-1)r+R]^2} R \quad (4)$$

Приравнявая  $W_1$  и  $W_2$ , получим

$$\frac{n^2 \varepsilon^2}{[(n-1)r+10r+R]^2} R = \frac{(n-1)^2 \varepsilon^2}{[(n-1)r+R]^2} R \quad (5)$$

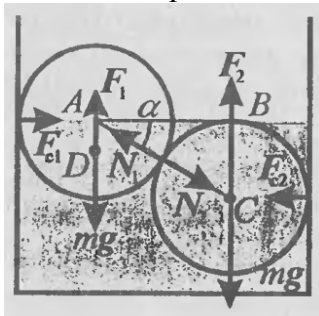
Отсюда

$$R = 9r(n-1) \quad (6)$$

№	Критерии оценивания	баллы
1	Получена формула для тока в цепи	5
2	Получена формула для мощности выделяемой на сопротивлении $R$	5
3	Получены формулы для тока в цепи и мощности выделяемом на сопротивлении после замыкания аккумулятора	5
4	Из равенства мощностей на сопротивлении получена формула для сопротивления нагрузки	5

**Задача 5.** В узкую прямоугольную кювету налили воду и положили два гладких одинаковых цилиндра так, чтобы их оси были горизонтальны и параллельны длинным стенкам кюветы. При этом оказалось, что цилиндры касаются стенок кюветы только своими образующими, верхний погружен в воду наполовину, а нижний – касается ее поверхности своими верхними точками. Найти силы, действующие со стороны цилиндров на стенки кюветы, если объем каждого из них равен  $V = 20 \text{ см}^3$ .

**Решение.** Учитывая, что верхний цилиндр погружен в воду наполовину, можно утверждать, что равнодействующая  $F_1$  сил гидростатического давления на верхний цилиндр должна быть равна  $-\rho Vg/2$ , где  $g \approx 9,8 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения, а  $\rho \approx 1 \text{ г/см}^3$  – плотность воды. Действующая же со стороны воды на полностью погруженный нижний цилиндр сила будет в два раза больше и равна  $F_2 = -\rho Vg$ . Из соображений симметрии ясно, что линии действия сил  $F_1$  и  $F_2$  должны пересекать середины осей цилиндров под прямым углом. Поскольку по условию задачи цилиндры гладкие, силы их взаимодействия должны лежать в плоскости, проходящей через оси цилиндров, и быть перпендикулярными этим осям. Перпендикулярными осям цилиндров, но направленными горизонтально, будут и силы реакции со стороны стенок кюветы, т.к. эти стенки вертикальны. Вспоминая, что при равновесии сумма моментов действующих на твердое тело сил должна быть равна нулю, можно утверждать, что равнодействующие сил тяжести, действующих на цилиндры, должны лежать в вертикальных плоскостях, проходящих через их оси. Более того, опираясь на сказанное, можно доказать, что при заданном расположении цилиндров и выполнении сделанных предположений равнодействующие всех рассмотренных сил должны лежать в вертикальной плоскости, проходящей через середины этих цилиндров.



На рис. показано сечение кюветы указанной вертикальной плоскостью. Здесь же показаны равнодействующие сил реакции стенок  $F_{c1}$  и  $F_{c2}$ , сил гидростатического давления  $F_1$  и  $F_2$ , сил взаимодействия цилиндров  $N_1$  и  $N_2$  и сил тяжести. Буквами  $D$  и  $C$  на этом рисунке обозначены точки приложения сил  $F_1$  и  $F_2$ , а буквой  $m$  – масса цилиндра. Поскольку цилиндры находятся в равновесии, сумма всех сил, действующих на каждый из них, должна быть равна нулю, и, следовательно, должны выполняться соотношения:

$$N_1 \cos \alpha = F_{c1}, \quad mg - F_1 = N_1 \sin \alpha, \quad N_2 \cos \alpha = F_{c2}.$$

$F_2 - mg = N_2 \sin \alpha$ , причем согласно третьему закону Ньютона  $N_1 = N_2$ .

Решая полученную систему уравнений с учетом того, что  $F_2 = F_1 = \rho gV$ , силы взаимодейст-

вия двух тел равны по величине, и треугольник **ABC** является прямоугольным, а потому  $\sin \alpha = BC/AC = 0,5$ , определим искомые силы действия цилиндров на стенки кюветы:  
 $F_c = F_{c1} = F_{c2} = 0,25\rho Vg \operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{3}\rho Vg/4 \approx 85$  мН.

№	Критерии оценивания	баллы
1	Сделан рисунок, правильно указаны силы, действующие на цилиндры	2
2	Указаны гидростатические силы действующие на цилиндры	2
2	Указано, что цилиндры находятся в равновесии и сумма всех сил, действующих на каждый из них, должна быть равна нулю	4
3	Получена система уравнений $N_1 \cos \alpha = F_{c1}, \quad mg - F_1 = N_1 \sin \alpha, \quad N_2 \cos \alpha = F_{c2},$ $F_2 - mg = N_2 \sin \alpha$	4
4	Указано, что по третьему закону Ньютона $N_1 = N_2$	4
5	Получена формула $F_c = F_{c1} = F_{c2} = 0,25\rho Vg \operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{3}\rho Vg/4$ и найден правильный результат $\approx 85$ мН	4