

КРАТКИЕ РЕШЕНИЯ

Вариант №1

$$1. \begin{cases} d_1 = d_0(1 + \alpha t_1) \\ d_2 = d_0(1 + \alpha t_2) \end{cases}$$

$$N_1 = S/(\pi d_1) \Rightarrow N_1 = S/[\pi d_0(1 + \alpha t_1)] \approx 31821,5 \text{ (оборотов)}$$

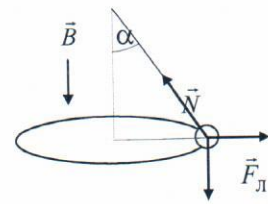
$$N_2 = S/(\pi d_2) \quad N_2 = S/[\pi d_0(1 + \alpha t_2)] \approx 31840,5 \text{ (оборотов)}$$

$$N_2 - N_1 = S\alpha(t_2 - t_1)/[\pi d_0(1 + \alpha t_1)(1 + \alpha t_2)] \approx \underline{19 \text{ (оборотов)}}$$

2. В момент, когда вектор скорости направлен на нас, сила \vec{F}_L направлена на вправо. Тогда записываем второй закон Ньютона для проекций сил:

$$F_L - N \cdot \sin \alpha = m v^2 / R$$

$$N \cdot \cos \alpha - mg = 0.$$



Кроме того: $R = l \cdot \sin \alpha$, $F_L = qvB$, $T = 2\pi R/v$.

Отсюда $m v^2 / R + qvB - mg \cdot \tan \alpha = 0$, или

$$v = \frac{-qB + \sqrt{q^2 B^2 + 4m^2 g \cdot \tan \alpha / R}}{2m/R}, \text{ а } T = \frac{4\pi m}{\sqrt{q^2 B^2 + 4m^2 g / (l \cdot \cos \alpha)} - qB}.$$

В итоге $T \approx \underline{1,32 \text{ с.}}$

3. Из-за симметрии схемы потенциалы на выводах амперметра одинаковы, и ток через него не идет, то есть амперметр показывает 0.

$$R = [1/(R_1 + R_2) + 1/(R_3 + R_4)]^{-1} = 12 \text{ (Ом)}$$

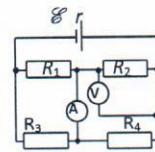
$$I = \mathcal{E}/(R + r) = 0,25 \text{ (A)}$$

$$U = IR = 3 \text{ (В)}$$

$$I_{1-2} = U/(R_1 + R_2) = 0,2 \text{ (A)}$$

$$U_2 = I_{1-2} R_2 = 2 \text{ (В)}, \text{ то есть вольтметр показывает 2.}$$

Следовательно, по Ватсону, телефон преступника 02.



$$4. \begin{cases} y = A \sin(\omega t + \alpha) \end{cases}$$

$$\begin{cases} m v_{\text{МАКС}}^2 / 2 = mgh \Rightarrow v_{\text{МАКС}} = \sqrt{2gh} \end{cases}$$

$$v = A\omega \cos(\omega t + \alpha) \Rightarrow v_{\text{МАКС}} = A\omega = 2\pi vA.$$

$$\text{Решая систему, получаем: } A = \sqrt{2gh} / (2\pi v) = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} / (2 \times 500\pi) \approx \underline{0,08 \text{ (мм)}}.$$

5. Условие переключения: $\pm 0,5A = A \cdot \sin(\omega t)$, или $t = (\pi/6 + \pi n)/\omega$, $t = (5\pi/6 + \pi k)/\omega$.

Продолжительность вспышки: $\tau_1 = t_2 - t_1 = (5\pi/6 - \pi/6)/\omega = 2\pi/(3\omega)$,

время между вспышками: $\tau_2 = t_3 - t_2 = (7\pi/6 - 5\pi/6)/\omega = \pi/(3\omega)$.

Таким образом, $\tau_1/\tau_2 = [2\pi/(3\omega)]/[\pi/(3\omega)] = 2$.

Ответ: **в 2 раза**.

6. Общее сопротивление цепи: $R_{\text{общ}} = \frac{2}{3}R_0 + R$; общая сила тока в ней $I_{\text{общ}} = U_0/R_{\text{общ}}$. При этом через

каждую секцию идёт ток $I_{\text{секц}} = \frac{1}{3}I_{\text{общ}}$, а напряжение на каждом моторе $U = I_{\text{секц}}R_0$.

В итоге: $U = \frac{1}{3}R_0U_0\left(\frac{2}{3}R_0 + R\right)^{-1}$, или $R = \frac{R_0}{3}\left(\frac{U_0}{U} - 2\right) \approx \underline{\underline{1,13 \text{ Ом}}}$.

7.

$$\begin{cases} -1/F = 1/d_1 - 1/f_1 & \Rightarrow f_1 = d_1F/(d_1 + F) & (\text{здесь } d_1 \text{ начальное расстояние от мухи до линзы}) \\ -1/F = 1/d_2 - 1/f_2 & \Rightarrow f_2 = d_2F/(d_2 + F) & (\text{здесь } d_2 \text{ конечное расстояние от мухи до линзы}) \\ d_1 = 2d_2 & \Rightarrow f_2 = 0,5d_1F/(0,5d_1 + F) \\ f_1 - f_2 = L - \text{расстояние, которое проползла муха.} \end{cases}$$

$$L = d_1F/(d_1 + F) - 0,5d_1F/(0,5d_1 + F) \Rightarrow L = d_1/(d_1/F + 1) - 0,5d_1/(0,5d_1/F + 1) \Rightarrow$$

$$(d_1/F + 1)(0,5d_1/F + 1)L = d_1(0,5d_1/F + 1) - 0,5d_1(d_1/F + 1), \text{ то есть}$$

$$0,5L(d_1/F)^2 + 1,5L d_1/F + (L - 0,5d_1) = 0.$$

$$d_1/F = (-3 \pm \sqrt{9 + 7})/2; \Rightarrow d_1/F = 0,5 \Rightarrow F = 2d_1 = 7,5 \text{ д} = 0,75 \text{ м};$$

$$D = \underline{\underline{-1,33 \text{ дптр}}}$$

$$8. P = N\Delta t \cdot hc/\lambda \Rightarrow \lambda = hcN/(\Delta tP)$$

$$d \cdot \sin\varphi = m\lambda \Rightarrow \sin\varphi = m\lambda/d$$

$$d = 10^{-3}/N_{\text{ш}} \Rightarrow d = 5 \cdot 10^{-6} \text{ (м)}.$$

$$\sin\varphi = mhcN/(\Delta tPd) = 4 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 6,29 \cdot 10^{15} / (1 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-6}) = 0,5;$$

$$\varphi = \underline{\underline{30^\circ}}$$

КРАТКИЕ РЕШЕНИЯ

Вариант № 2

$$1. \begin{cases} t_1 = l_1/v \\ 0 = v - at_2 \end{cases}$$

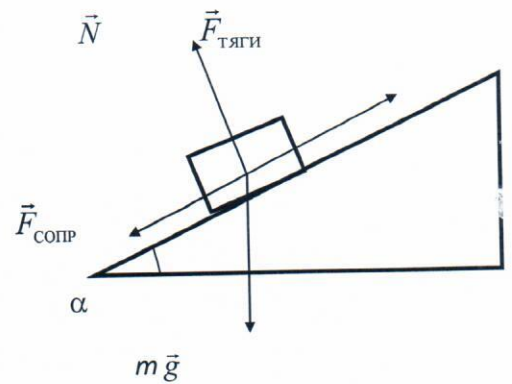
$$t = t_1 + t_2 \quad \Rightarrow t = l_1/v + v/a.$$

Минимуму функции $t(v)$ соответствует условие $\frac{\partial t}{\partial v} = -\frac{l_1}{v^2} + \frac{1}{a} = 0$, или

$$v = \sqrt{al} = 10 \text{ м/с} = \underline{\underline{36 \text{ км/ч}}}.$$

$$2. \begin{cases} P_{\text{ПОЛЕЗН}} = F_{\text{ТЯГИ}} v \\ P_{\text{ПОЛЕЗН}} = \eta P_{\text{ЗАТР}} \\ P_{\text{ЗАТР}} = IU \\ F_{\text{ТЯГИ}} - F_{\text{СОПР}} - mg \sin \alpha = 0 \\ N - mg \cos \alpha = 0 \\ F_{\text{СОПР}} = kN \end{cases}$$

$$\sin \alpha = 5/1000 = 0,005, \text{ а } \cos \alpha \approx 0,99999.$$



$$I = \frac{mg(k \cos \alpha + \sin \alpha)v}{\eta U} = \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 9,8 \cdot (0,02 + 0,005) \cdot 15}{0,9 \cdot 3000} = \underline{\underline{27,2 \text{ А}}}.$$

$$3. \begin{cases} m v_0 \cos \alpha = (m + M) u_x & \Rightarrow u_x = m v_0 \cos \alpha / (m + M) \\ m v_0 \sin \alpha - M v_1 = (m + M) u_y & \Rightarrow u_y = [m v_0 \sin \alpha - M v_1] / (m + M) \\ -u_y = u_y - gt \text{ (в точке падения)} & \Rightarrow t = 2u_y / g \end{cases}$$

$$S = u_x t \quad \Rightarrow S = 2m v_0 \cos \alpha [m v_0 \sin \alpha - M v_1] / [g(m + M)^2] \approx \underline{\underline{1244 \text{ (м)}}}.$$

$$4. \rho_3 g V_3 = \rho_B g (V_3 + V_{\text{п}}) \quad \Rightarrow V_{\text{п}}/V_3 = \rho_3/\rho_B - 1 = 19320/1000 - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{\text{п}}/V_3 = 18,32 \Rightarrow V_3 = V_{\text{п}}/18,32, \text{ и если } V_3 + V_{\text{п}} \text{ это } 100 \%, \text{ то } V_{\text{п}} = \underline{\underline{94,8 \%}}$$

5. Условие того, что тело на подставке еще не подпрыгивает в верхней точке: сила реакции опоры $N = 0$, или, (т. к. в этой точке $mg - N = ma$), $a = g$. При этом ускорение системы в данной точке максимально.

Но при гармонических колебаниях $x = A \sin(2\pi/T)$, $v = 2\pi A/T \cdot \cos(2\pi/T)$, $a = -A(2\pi/T)^2 \sin(2\pi/T)$, то есть $a_{\text{МАКС}} = A(2\pi/T)^2$.

Следовательно,

$$\begin{cases} a_{\text{МАКС}} = A(2\pi/T)^2 \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{A/a_{\text{МАКС}}} \\ a_{\text{МАКС}} = g. \end{cases}$$

В итоге $T = 2\pi \sqrt{A/g} = 2\pi \sqrt{0,625/10} \approx \mathbf{1,6 \text{ (с)}}$.

6. $\rho_{\text{Al}} \frac{l}{S_{\text{Al}}} = \rho_{\text{Cu}} \frac{l}{S_{\text{Cu}}}$ – условие равенства электрического сопротивления; $\Rightarrow \frac{S_{\text{Cu}}}{S_{\text{Al}}} = \frac{\rho_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Al}}}$,

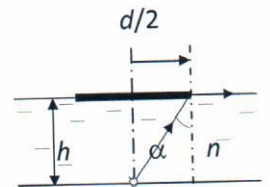
$\rho_{\text{Al}}^* S_{\text{Al}} l \times C_{\text{Al}} = C_{\text{Al}}$ – цена алюминиевого провода, $\rho_{\text{Cu}}^* S_{\text{Cu}} l \times C_{\text{Cu}} = C_{\text{Cu}}$ – цена медного провода.

Таким образом, $C_{\text{Cu}} = \frac{\rho_{\text{Cu}}^* S_{\text{Cu}} C_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Al}}^* S_{\text{Al}} C_{\text{Al}}} C_{\text{Al}} = \frac{\rho_{\text{Cu}}^* \rho_{\text{Cu}} C_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Al}}^* \rho_{\text{Al}} C_{\text{Al}}} = \frac{8,9 \cdot 0,017 \cdot 400}{2,7 \cdot 0,028 \cdot 100} C_{\text{Al}} = 8 \cdot C_{\text{Al}}$.

Если принять C_{Al} за 100 %, то тогда $C_{\text{Cu}} = 800$ %, то есть на 700 % больше.

7. Предельный угол полного внутреннего отражения рассчитывается из условий (см. рис.):

$$\begin{cases} \sin \alpha = 1/n \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - 1/n^2} \\ \text{tg} \alpha = d/(2h) \end{cases}$$



Таким образом, диаметр листа водяной лилии должен составить

$$d = 2h \cdot \text{tg} \alpha = 2h / \sqrt{n^2 - 1} \approx \mathbf{0,46 \text{ (м)}}$$

$$\begin{cases} \sin \varphi = 0,5l / \sqrt{(0,5l)^2 + L^2} \\ d \sin \varphi = m\lambda \Rightarrow \lambda = d \cdot 0,5l / (m \sqrt{(0,5l)^2 + L^2}) \approx d \cdot 0,5l / (mL) \\ hc/\lambda = A + eU \Rightarrow A = hc/\lambda - eU. \end{cases}$$

$$A = hc m L / (0,5 d l) - eU = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 3 \cdot 3 / (0,5 \cdot 10^{-5} \cdot 0,6) - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 = 2,758 \cdot 10^{-19} \text{ (Дж)} \approx \mathbf{1,7 \text{ (эВ)}}$$