

Утверждаю:  
Председатель методической  
комиссии по профилю «Математика»  
В.Н. Деснянский  
«15» февраля 2021 г.

**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)**  
**МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА**  
**ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»**  
**ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»**  
**2021-2022 УЧ. ГОД**  
**Отборочный этап**  
**11 класс**

**Задание №1**

В данный момент семья состоит из отца, матери и дочери. Сумма лет всех членов семьи равна 74. Пять лет назад отец был старше дочери в 7 раз. Десять лет назад сумма лет всех членов семьи равнялась 45. Сколько лет матери?

**Задание №2**

Найти предел суммы бесконечного ряда:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \dots$$

**Задание №3**

Вычислить интеграл:

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^7 - 3x^5 + 7x^3 - x + 1}{\cos^2 x} dx$$

**Задание №4**

Найдите наибольшее решение уравнения:

$$\frac{\sqrt{\frac{1+4x^2}{4|x|}+1}-\sqrt{\frac{1+4x^2}{4|x|}-1}}{\sqrt{\frac{1+4x^2}{4|x|}+1}+\sqrt{\frac{1+4x^2}{4|x|}-1}}=\log_2(|x-1|+|x+1|)$$

**Задание №5**

Найдите все пары целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющие уравнению  $(x^2 + y^2)(x + y - 3) = 2xy$ . В ответе указать количество таких решений.

**Задание №6**

Дано, что  $\cos x \cos y \cos z = a$ ,  $\sin x \sin y \sin z = b$ . Найдите  $\cos 2x \cdot \cos 2y + \cos 2y \cdot \cos 2z + \cos 2x \cdot \cos 2z$ , если  $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $b = \frac{1}{2}$

**Задание №7**

Площадь трапеции равна 2, а сумма ее диагоналей равна 4. Найдите квадрат высоты этой трапеции.

**Задание №8**

В действительных числах решите систему:

$$\begin{cases} (x-1)^3 = y^3(y^3 - 3x + 2) \\ x^{2008} = y^2 - y + 1 \end{cases}$$

В ответе указать число различных решений системы

**Задание №9**

Найти все значения  $a$  при которых система:

$$\begin{cases} (x^2 + 1)^a + (b^2 + 1)^y = 2 \\ a + bxy + x^2y = 1 \end{cases}$$

Имеет хотя бы одно решение для любого значения  $b$ .

**Задание №10**

Чему равна наибольшая площадь проекции на плоскость прямоугольного параллелепипеда со сторонами  $a, b, c$ ? В ответе указать квадрат этой площади, если параллелепипед является кубом со стороной равной 1.