

Утверждаю:

Председатель методической
комиссии по профилю «Математика»

Алексеев В.Н. Деснянский
«15» февраля 2022 г.

**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2021-2022 УЧ. ГОД
Заключительный этап
11 класс**

Вариант 1

Задание 1.

На участке трамвайного пути длиной 1 км пешеход, проходящий этот участок за 10 минут, ежедневно подсчитывал число трамваев, его обгоняющих и встречающих. В течение года первых оказалось 300, вторых 700. Определить скорость трамвая.

Задание 2.

Решить неравенство:

$$\frac{x\sqrt{5} + 1}{1 - \sqrt{x^2 - 2x + 2}} \leq 1.$$

Задание 3.

Решить уравнение:

$$\cos^2 2x + \cos^2 x = 1 + \operatorname{ctg} 3x.$$

Задание 4.

Решить неравенство:

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{x-5}{x+3} \right) - \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{x^2}{2} + 4x + 9 \right) \leq 2 \log_4 (x^2 + 5x + 6).$$

Задание 5.

Построить с полным обоснованием график:

$$y = 2^{-\frac{1}{x+\frac{1}{x}}}.$$

Задание 6.

Решить в целых числах уравнение:

$$x^2 - y^2 - 4y = 9.$$

Задание 7.

В банк кладется 1000 рублей на 10 лет. В каком случае вкладчик получит больше денег: если банк начисляет 5% один раз в год, или если он начисляет $\frac{5}{12}$ % один раз в месяц.

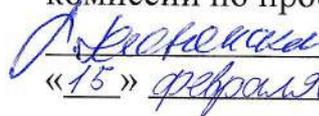
Ответ должен быть обоснован.

Задание 8.

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, где $ABCD$ – нижнее основание. Найти площадь сечения этого куба плоскостью, проходящей через вершину A и середины ребер $B_1 C_1$ и $D_1 C_1$, если ребро куба равно 1.

Утверждаю:

Председатель методической
комиссии по профилю «Математика»

 В.Н. Деснянский
«15» февраля 2022 г.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2021-2022 УЧ. ГОД
Заключительный этап
11 класс

Вариант 2

Задание 1.

На участке трамвайного пути длиной 1 км пешеход, проходящий этот участок за 12 минут, ежедневно подсчитывал число трамваев, его обгоняющих и встречающих. В течение года первых оказалось 225, вторых 600. Определить скорость трамвая.

Задание 2.

Решить неравенство:

$$\frac{3x + 3}{3 - \sqrt{x^2 - 2x + 10}} \leq 1.$$

Задание 3.

Решить уравнение:

$$\sin^2 2x + \sin^2 x = 1 + \operatorname{ctg} 3x.$$

Задание 4.

Решить неравенство:

$$\log_{\frac{1}{7}} \left(\frac{x-1}{x-9} \right) \leq \log_{\frac{1}{7}} \left(\frac{x^2}{2} - 10x + 51 \right) + 2 \log_{49} (x^2 - 17x + 72).$$

Задание 5.

Построить с полным обоснованием график:

$$y = 2^{-\frac{1}{|x| - \frac{1}{|x|}}}.$$

Задание 6.

Решить в целых числах уравнение:

$$4x^2 = y^2 + 2y + 4.$$

Задание 7.

В банк кладется 1000 рублей на 5 лет. В каком случае вкладчик получит больше денег: если банк начисляет 3% один раз в год, или если он начисляет $\frac{1}{4}\%$ один раз в месяц.

Ответ должен быть обоснован.

Задание 8.

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, с ребром равным 1. На продолжении ребра $D_1 D$ за точку D взята точка K такая, что $DK = \frac{1}{2}$. Через точку K и середины ребер AA_1 и CC_1 проведена плоскость. Найти площадь получившегося сечения.

Утверждаю:

Председатель методической
комиссии по профилю «Математика»

В.Н. Деснянский
«15» февраля 2022 г.

ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2021-2022 УЧ. ГОД
Заключительный этап
11 класс

Вариант 3

Задание 1.

На участке трамвайного пути длиной 1 км пешеход, проходящий этот участок в течение 15 минут, ежедневно подсчитывал число трамваев, его обгоняющих и встречающих. В течение года первых оказалось 400, вторых 800. Определить скорость трамвая.

Задание 2.

Решить неравенство:

$$\frac{x\sqrt{2} + 1}{1 - \sqrt{x^2 - 4x + 5}} \leq 1.$$

Задание 3.

Решить уравнение:

$$\cos^2 2x + \cos^2 4x = 1 + \operatorname{ctg} 6x.$$

Задание 4.

Решить неравенство:

$$\log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{x+3}{x-5} \right) + 2 \log_{25} \left(\frac{x^2}{2} - 6x + 19 \right) \leq \log_5 (x^2 - 9x + 20).$$

Задание 5.

Построить с полным обоснованием график:

$$y = 4^{\frac{1}{x^4+x}}.$$

Задание 6.

Решить в целых числах уравнение:

$$x^2 = y^2 + 2y + 2.$$

Задание 7.

В банк кладется 1000 рублей на 8 лет. В каком случае вкладчик получит больше денег: если банк начисляет 4% один раз в год, или если он начисляет $\frac{1}{3}\%$ один раз в месяц.

Ответ должен быть обоснован.

Задание 8.

Дан куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, где AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 – боковые ребра. Через вершину A_1 середину ребра BC и центр грани $DCC_1 D_1$ проведена плоскость. Найти площадь сечения куба этой плоскостью, если сторона куба равна 1.