

Утверждаю:

Председатель методической
комиссии по профилю «Математика»

 В.Н. Деснянский

«20» сентября 2021 г.



ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
«ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2020-2021 УЧ. ГОД
Заключительный этап

9-10 классы

Вариант 1

Задание 1.

В институте ИПСС учится 10% девушек от общего числа студентов, а в институте ИТТСУ учится 5% девушек от общего числа студентов этого института. Найти средний процент девушек по этим двум институтам, если известно, что в ИТТСУ учится на 50% студентов больше, чем в ИПСС.

Задание 2.

Доказать, что выражение $5n^3 + 4n$ делится на 3, где n – натуральное число.

Задание 3.

Определить равняется ли функция:

$$y = \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4} - \frac{2}{3}x^3 + 1 \text{ на отрезке } \left[-\frac{5}{2}; 2\right] \text{ нулю.}$$

Задание 4.

Какого вида треугольник (прямоугольный, остроугольный или тупоугольный), у которого высоты 3, 4, 5? Ответ обосновать.

Задание 5.

Требуется установить, какие числа перемножаются в примере, где недостающие цифры заменены звездочками. Ответ должен быть обоснован!

$$\begin{array}{r} *1* \\ \times \\ \hline 3*2 \\ *3* \\ + 3*2* \\ \hline *2*5 \\ \hline 1*8*30 \end{array}$$

Задание 6.

Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 3, 4. Найти объем призмы, если известно, что в нее можно вписать шар.

Задание 7.

Рассматриваются все треугольники с вершиной $(-10; 0)$; две другие вершины симметричны относительно начала координат и лежат на графике $y = 2x + \frac{1}{2x}$.

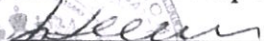
Найти наименьшую возможную площадь такого треугольника.

Задание 8.

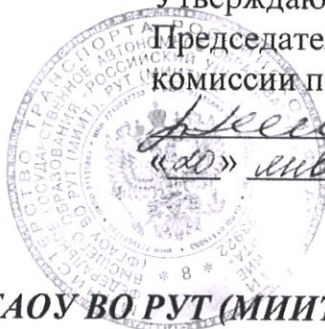
При каких a уравнение $\sin^2(3x) - \left(a + \frac{1}{2}\right)\sin(3x) + \frac{a}{2} = 0$ имеет три корня на отрезке $\left[\frac{2\pi}{3}; \pi\right]$?

Утверждаю:

Председатель методической
комиссии по профилю «Математика»

 В.Н. Деснянский

«20» января 2021 г.



**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
«ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2020-2021 УЧ. ГОД
Заключительный этап**

9-10 классы

Вариант 2

Задание 1.

В институте ИПСС отличники составляют 10% от общего количества студентов этого института, в институте ИЭФ отличники составляют 20%, а в институте ИТТСУ лишь 4%. Найти средний процент отличников по всем трем институтам, если известно, что в ИЭФ учится на 50% больше студентов, чем в ИПСС, а институте ИТТСУ учится на 25% больше, чем в ИПСС.

Задание 2.

Доказать, что выражение $n^5 + 4n$ делится на 5 при n – натуральном.

Задание 3.

Определить имеет ли уравнение $9x^3 - \frac{9}{4}x^4 + \frac{x^2}{2} - 3x + 1 = 0$ корни на отрезке $[0; 3]$. Ответ должен быть обоснован.

Задание 4.

Какого вида треугольник, у которого медианы равны 3, 4, 5? Ответ обосновать (имеется в виду: прямоугольный, остроугольный или тупоугольный).

Задание 5.

Требуется установить, какие числа перемножаются в примере, где недостающие цифры заменены звездочками. Ответ должен быть обоснован!

$$\begin{array}{r} x \quad **5 \\ \hline \quad 1** \\ 2 \quad **5 \\ + 1 \quad 3*0 \\ \hline \quad *** \\ \hline 4*775 \end{array}$$

Задание 6.

В основании правильной треугольной призмы лежит правильный треугольник со стороной равной 6. Найдите объем этой призмы, если известно, что в нее можно вписать шар.

Задание 7.

Стороны треугольника лежат на осях координат и на касательной к графику функции $y = x^2 + 2x + 1$ в точке, абсцисса которой a удовлетворяет условию $-\frac{1}{2} \leq a \leq 0$. Найти значение a , при котором площадь треугольника будет наибольшей.

Задание 8.

При каких значениях a , уравнение:

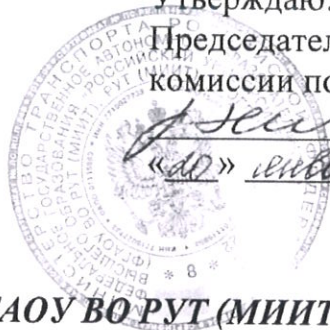
$$2\cos^2(2^{2x-x^2}) = a + \sqrt{3} \sin(2^{2x-x^2+1}) \text{ имеет хотя бы одно решение?}$$

Утверждаю:

Председатель методической
комиссии по профилю «Математика»

 В.Н. Деснянский

«до» января 2021 г.



ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
«ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2020-2021 УЧ. ГОД
Заключительный этап

9-10 классы

Вариант 3

Задание 1.

В институте ИПСС девушки составляют 10% от общего числа студентов этого института, в институте ИЭФ составляют 20%. Найти средний процент девушек по этим институтам, если известно, что в ИЭФ учится на 50% больше студентов, чем в ИПСС.

Задание 2.

Доказать, что выражение $5n^5 - 2n$ делится на 3 при n – натуральном.

Задание 3.

Имеет ли уравнение $2x^2 - x^3 - x + 3 = 0$ корни на отрезке $[0; 2]$?

Задание 4.

Медиана высота, проведенные из общей вершины треугольника делят его угол на три равные части. Определить вид этого треугольника. Ответ должен быть обоснован (имеется в виду: треугольник прямоугольный, или остроугольный или тупоугольный).

Задание 5.

Восстановить недостающие цифры в примере деления:

$$\begin{array}{r} - \quad *2*5* \quad | \quad \underline{325} \\ \underline{\quad *** \quad} \quad | \quad 1** \\ \quad *0** \\ - \quad *9** \\ \quad \quad *5* \\ \underline{\quad \quad *5*} \end{array}$$

Задание 6.

В основании прямой треугольной призмы лежит равнобедренный треугольник с углом 30° между равными сторонами, которые равны по 2 см. Найди объем этой призмы, если в нее можно вписать шар.

Задание 7.

Стороны треугольника лежат на осях координат и на касательной к графику функции $y = x^2 + 4x + 4$ в точке, абсцисса которой a удовлетворяет условию $-1 \leq a \leq 0$. Найти значение a , при котором площадь треугольника будет наибольшей.

Задание 8.

При каких a сумма $\log_a(\sin x + 2) + \log_a(\sin x + 3)$ будет равна 1 хотя бы при одном x ?