



Лёвин Б.А.

Олимпиада по математике «Паруса надежды»

Заочный тур 2018 год.

1. Один гамбургер, три сосиски и 2 сардельки весят вместе 240 гр, а два гамбургера, 4 сосиски и 5 сарделек весят 440 гр. Сколько грамм весят вместе один гамбургер, 4 сосиски и 1,5 сардельки?

2. Решить неравенство:

$$\frac{\log_{2x}(5x-1) \log_{3x}(7x-1)}{2^{15x^2+2} - 2^{11x}} > 0.$$

В ответе указать сумму первых трех натуральных последовательных x , являющихся решением неравенства.

3. Решить при $z > 0$ уравнение:

$$\arcsin\left(x^2 - x + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{2-x} + \arccos y + \operatorname{tg}^2(\pi z + x - 1)\right) + \sqrt{2x^2 - x - 1} = \sqrt{-x^2 + x} + \operatorname{arctg}(2 - x).$$

В ответе указать наименьшее значение суммы $x + y + z$, где (x, y, z) – решения уравнения.

4. Найти значения выражения:

$$\frac{1 * 2 + 2 * 3 + 3 * 4 + \dots + 2016 * 2017}{2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 2016^2}.$$

5. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 5, BC = \sqrt{17}, CA = 4$ на стороне CA взята точка M так, что $CM = 1$. Найти расстояние между центрами окружностей, описанных около треугольников ABM и BCM .

6. В коробке лежат яблоки и груши. Из коробки на удачу вынимаются два яблока, вероятность этого события равна $\frac{1}{2}$. Каково минимальное возможное число всех фруктов в коробке?

7. Найти все действительные корни уравнения: $\sqrt{6 - \sqrt{x+2}} = x$.

8. Найти натуральные x, y , удовлетворяющие условию $113x - 69y = 11$, сумма которых принимает наименьшее значение. В ответе указать эту сумму.

9. При каких значениях a система $\begin{cases} x^2 - |x|y = a^3 - 4a \\ |x| + y^2 = a - 2 \end{cases}$ имеет единственное решение.