Утверждаю:
Б.А.Лёвин
Председатель оргкомитета олимпиады
«Паруса Надежды»

Олимпиада по математике «Паруса Надежды» 2015 год
I тур I вариант

1. Решить неравенство: $\log_2\left(\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_{\frac{1}{4}}\left(\frac{x-1}{x}\right)\right)\right)>1$. В ответе записать наименьшее целое положительное число, являющееся решением неравенства.

2. Папа Карло дал Буратино некоторое количество (не больше 30) монет на покупку букваря. Но Буратино часть монет сунул себе за щёку, а остальные закопал на Поле чудес. Кот Базилио заметил, что удвоенное количество монет за щекой, увеличенное на 6, больше количества закопанных на Поле Чудес. В свою очередь Лиса Алиса разведала, что количество монет, закопанных на Поле Чудес, более чем на 12 превосходит количество монет за щекой. Сколько монет было выдано на покупку букваря?

3. Найти площадь области, заданной неравенством $|y-|x-1||+|x|\le 2$.

4. Найти все корни уравнения $1-\frac{x}{1}+\frac{x(x-1)}{1\cdot 2}-\frac{x(x-1)(x-2)}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4}=0$. В Ответе указать сумму всех корней уравнения.

5. Решить в целых числах уравнение $5x^2+6xy+2y^2+2x+2y=4$. В ответе записать сумму всех полученных решений *(x,y)*.

6. Дано, что $Cos^2\alpha+Cos^2\beta=Sin(\alpha+\beta)$, где α, β острые углы. Найти в градусах сумму $\alpha+\beta$.

7. Найти максимум выражения $x^3y^2z^3t$, где $x,y,z,t\ge 0$ и $2x^2+xy^2+z^2+4zt=8$.

8. Определить какое из чисел больше 31^{11} или 17^{14}? В ответе написать 1, если первое число больше; 0, если они равны, и 2 если второе число больше.

9. В треугольнике две высоты не меньше сторон, на которые они опущены. Найдите углы треугольника. В ответе указать сумму наибольшего и наименьшего углов этого треугольника (в градусах!).

Утверждаю: Б.А.Лёвин
Председатель оргкомитета олимпиады
«Паруса Надежды»

Олимпиада по математике «Паруса Надежды» 2015 год
I тур II вариант

1. Решить неравенство: $\log_{|x-1|}\left(\frac{x-2}{x}\right)>1$. В ответе указать наибольшее целое отрицательное число, которое является решением этого неравенства.

2. У Мальвины и Пьеро есть несколько монет, каждая номиналом 1 сольдо. Их общая сумма менее 40 сольдо. Если Пьеро сумеет увеличить своё количество денег в 8 раз, то у него их станет больше, чем у Мальвины. Если же Пьеро увеличит свой капитал только вчетверо и Буратино добавит ему ещё 15 своих сольдо, Мальвину превзойти не удастся. Так сколько же денег у Мальвины?

3. Найти площадь области, заданной неравенством: $|y-|x-2||+|x|\le 4$.

4. Найти все корни уравнения

$$1-\frac{x}{1}+\frac{x(x-1)}{2!}-\frac{x(x-1)(x-2)}{3!}+\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{4!}-\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{5!}+$$

$$+\frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}{6!}=0.$$ (Здесь $n!=1\cdot 2\cdot 3...n$)

В Ответе указать сумму найденных корней.

5. Решить в целых числах уравнение: $5x^2-2xy+2y^2-2x-2y=3$. В ответе записать сумму всех решений (x,y).

6. Два острых угла α и β удовлетворяют условию $Sin^2\alpha+Sin^2\beta=Sin(\alpha+\beta)$. Найти в градусах сумму углов $\alpha+\beta$.

7. Найти $max\ x^2y^2z$ при условии, что $x,y,z\ge 0$ и $2x+3xy^2+2z=36$.

8. Определить какое из чисел больше $(1000!)^2$ или 1000^{1000}. В ответе написать 1, если первое больше, 2 если второе больше.

9. Какую наибольшую площадь может иметь треугольник, стороны которого a, b, c заключены в пределах: $0<a\le 1,\ 1\le b\le 2,\ 2\le c\le 3$?