

# **ЗАДАНИЯ**

по математике

олимпиады школьников «Паруса надежды»

2013-2014 учебный год

(заключительный этап)

«Утверждаю»

\_\_\_\_\_ /Б.А. Лёвин/  
председатель оргкомитета  
олимпиады по математике  
«Паруса Надежды»

Олимпиада «Паруса надежды» по математике 2014 год.

Очный тур

МИИТ

Пользоваться калькулятором не разрешается.

Вариант ОДВН – 14 – 01

1. Решить неравенство  $\frac{\log_2(8-x^3)}{\log_2(2-x)} \geq 3$
2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  
$$\begin{cases} 2-|x| \leq |y| \leq 4-|x| \\ \frac{|x|}{2} \leq |y| \leq 2|x| \end{cases}$$
3. Корнет Оболенский жил в XIX веке. Суммы цифр года его рождения и смерти одинаковы. Число прожитых им лет начинается цифрой 8. Определить год рождения корнета. Ответ должен быть обоснован.
4. Найти делимое и частное в делении  $***1* : 11 = *9*$ , где звездочки заменяют в задаче неизвестные числа. Ответ должен быть обоснован.
5. Найти все целые положительные числа  $x$ , произведение цифр которых равно  $x^2 - 10x - 22$ .
6. Доказать, что для любого  $x$  выполняется неравенство  $2x^4 + 4x^2 - 16x > -11$
7. Доказать, что если длина каждой из биссектрис треугольника больше 1, то его площадь больше  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .
8. Найдите все пары чисел  $(a, b)$  при которых для всех  $x$  верно равенство  $a(\cos x - 1) + b^2 = \cos(ax + b^2) - 1$

## Олимпиада «Паруса надежды» по математике 2014 год.

## Очный тур

## МИИТ

Пользоваться калькулятором не разрешается..

Вариант ОДВН – 14 – 02

1. Решить неравенство  $\frac{\lg(8+x^3)}{\lg(2+x)} \leq 3$

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\begin{cases} \frac{|x|}{2} \leq |y| \leq |x| \\ 1 - |x| \leq |y| \leq 3 - |x| \end{cases}$$

3. Князь Юсупов жил в 18 веке. Сумма цифр года его рождения на единицу меньше, чем сумма цифр года его смерти. Число прожитых им лет начиналось с цифры 7. Определить год рождения князя, если год его смерти нечетное число, делящееся на 9. Ответ должен быть обоснован.
4. Восстановить цифры в умножении, если звездочки заменяют в задаче неизвестные цифры. Ответ должен быть обоснован. В ответе указать эти два множителя.

$$\begin{array}{r} \text{****} \\ \text{*2} \\ \hline 18*48 \\ 7499* \\ \hline \text{***66*} \end{array}$$

5. Найти все целые положительные числа  $x$ , произведение цифр которых равно  $x^2 - 15x - 10$ .
6. Доказать, что для любого  $x$  выполняется неравенство:  $-\frac{3}{2}x^4 + \frac{7}{3}x^3 - 2x^2 + x < \frac{5}{24}$
7. Дан квадрат со стороной 1, в котором 5 точек. Доказать, что расстояние между какими-то двумя точками не превосходит числа  $\frac{1}{\sqrt{2}}$
8. Найдите множество пар  $(a, b)$  таких, что для всех  $x$  справедливо равенство  $\sin(ax + b) = a \sin x + b$