

Олимпиада «Паруса надежды»  
на 2011-2012 г.  
Заочный тур (интернет-этап)  
Вариант 1. Задание

1. Полкило банан, 2 кг. мандарин и 1 кг. хурмы вместе стоят 205 рублей, а 2 кг. банан, 8 кг. мандарин и 5 кг. хурмы стоят 910 рублей. Какова будет стоимость 1 кг. банан, 4 кг. мандарин и 1 кг. хурмы?

2. Найти длину интервала, на котором верно данное неравенство

$$\left| \frac{x^2 - x + 2}{x - 2} \right| < |x| + \frac{1}{|x - 2|}$$

3. Найти целую часть наименьшего положительного корня уравнения:

$$6 \sin \frac{x}{2} + 2 \cos x + 3 \sin x + 2 \cos x \cos \frac{x}{2} - 8 \cos \frac{x}{2} = 8$$

4. Найти наименьшее положительное натуральное число, которое будучи разделено на 2, дает в остатке 1, при делении на 3 дает в остатке 2, при делении на 4 дает в остатке 3, при делении на 5 дает в остатке 4, при делении на 6 дает в остатке 5, а при делении на 7 дает в остатке ноль.

5. На отрезке  $AB = \frac{5}{\sqrt{6}}$  точка  $C$  середина. На  $AC$  и  $BC$  как на диаметрах по одну сторону от  $AB$  построены полуокружности. С центрами в точках  $A$  и  $B$  радиусами равными  $AB$  проведены дуги до их взаимного пересечения в т.  $E$ , находящейся по ту же сторону от  $AB$ , что и полуокружность. Проведена окружность, которая касается построенных дуг и полуокружностей. Найти расстояние от центра этой окружности до  $AB$ .

6. Найти сумму действительных корней уравнения:

$$x^4 - 2x^2 - 12x - 8 = 0$$

Олимпиада «Паруса надежды»

на 2011-2012 г.

Заочный тур (интернет-этап)

Вариант 2. Задание

1. На расстоянии метра одно от другого лежат в ряд сто яблок, и в том же ряду на расстоянии метра слева от первого яблока садовник принес и поставил корзину. Спрашивается, какой длины путь он совершил, если возьмется собирать эти яблоки так, чтобы брать их последовательно одно за другим и каждое отдельно относить в корзину, которая все это время стоит на одном и том же месте?

2. Найти длину отрезка, на котором выполняется данное неравенство:

$$\sqrt{4-x} - 2 \leq x|x-3| + 4x$$

3. Найти целую часть наименьшего положительного корня уравнения

$$3\sin 2x + 2\sin^2 x + 6\sin x - 6\cos x = 8$$

4. Три товарища Иван, Богдан и Роман живут в одной комнате общежития и курят трубочный табак из коробки, которая стоит 1200 рублей. Если бы Роман не курил, то Ивану и Богдану хватило бы коробки на 30 дней. Если бы не курил Богдан, то два остальных курильщика имели бы табаку на 15 дней. Если бы не курил Иван, то его соседи по комнате исчерпали запас табака за 12 дней. На сколько дней хватит коробки табака всем троим курильщикам?

Ответ представить в виде целого числа с точностью до 0,1.

5. На отрезке MN как на диаметре, построен полукруг с центром в точке O. На отрезках MO и NO по одну сторону от MN построены еще два полукруга. Найти радиус круга, касающегося всех трех построенных полукругов, если MN = 6.

6. Найти сумму целых частей всех действительных корней уравнения

$$(x^2 + 2x - 5)^2 + 2(x^2 + 2x - 5) = x + 5$$