

Вузовско-академическая олимпиада  
по информатике

2021-2022 учебный год

Задания первого  
(отборочного) этапа

## Задача В. Грубый баскетбол

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	0.25 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Недавно прошел главный матч в межгалактическом турнире по баскетболу. Отличие межгалактического баскетбола от земного в том, что на площадке у каждой из команд выступает по  $n$  человек. Но, как и в земном баскетболе, здесь есть нарушения правил — фолы. Если игрок совершил 5 фолов, то он удаляется из игры.

К сожалению, Илье не удалось посмотреть игру своей любимой команды. Друзья рассказали ему, что игроки команды суммарно за всю игру набрали  $s$  фолов. Илье стало интересно, какое минимальное и максимальное количество игроков могло быть удалено из команды. Помогите ему узнать ответ.

### Формат входных данных

В первой строке даётся целое число  $n$  — количество игроков в команде ( $1 \leq n \leq 10^{17}$ ).

Во второй строке даётся целое число  $s$  — набранное количество фолов ( $1 \leq s \leq 5 \cdot n$ ).

### Формат выходных данных

В первой строке выведите одно целое число — минимальное возможное количество игроков, которое могло быть удалено.

Во второй строке выведите одно целое число — максимальное возможное количество игроков, которое могло быть удалено.

### Система оценки

Подзадача	Баллы	Ограничения	Необходимые подзадачи
1	25	$n \leq 100$	
2	35	$n \leq 4 \cdot 10^8$	1
3	40	$n \leq 10^{17}$	1, 2

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи и необходимых подзадач успешно пройдены, а также решение **корректно работает на примерах из условия**.

### Примеры

стандартный ввод		стандартный вывод	
5		0	
5		1	
5		3	
23		4	

## Задача С. Химические растворы

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

У Лёши в химической лаборатории есть  $n$  сосудов с раствором серной кислоты с водой. В  $i$ -м из них  $a_i$  мл. раствора, из которых  $s_i$  мл. — серная кислота ( $s_i \leq a_i$ ). Также в лаборатории есть огромный сосуд, в который можно влить все растворы. При смешивании двух растворов с номерами  $i$  и  $j$  получается раствор с общим объёмом  $a_i + a_j$  и объёмом серной кислоты  $s_i + s_j$ .

Лёша хочет узнать, какие сосуды он должен слить в огромный сосуд, чтобы получить наименее и наиболее концентрированный раствор. Раствор из каждого выбранного сосуда он выливает полностью.

Концентрация раствора — это отношение объёма серной кислоты в растворе к объёму всего раствора.

### Формат входных данных

В первой строке дано одно целое число  $n$  — количество сосудов у Лёши ( $1 \leq n \leq 10^5$ ).

В каждой из следующих  $n$  строк через пробел даны два целых числа  $a_i, s_i$  — объём раствора и объём серной кислоты в нём в мл. ( $1 \leq a_i \leq 999, 1 \leq s_i \leq a_i$ ).

### Формат выходных данных

В первой строке выведите целое положительное число  $m$  — количество сосудов, содержимое которых нужно слить в огромный сосуд, чтобы получить минимально возможный по концентрации раствор.

Во второй строке через пробел выведите  $m$  различных чисел — номера сосудов, содержимое которых нужно слить для получения наименее концентрированного раствора.

В третьей строке выведите целое положительное число  $M$  — количество сосудов, содержимое которых нужно слить в огромный сосуд, чтобы получить максимально возможный по концентрации раствор.

В четвертой строке через пробел выведите  $M$  различных чисел — номера сосудов, содержимое которых нужно слить для получения наиболее концентрированного раствора.

Сосуды пронумерованы от 1 до  $n$  в том порядке, в котором они даны во входных данных. Если есть несколько способов получить минимальный или максимальный концентрированный раствор, то выведите любой из них.

### Система оценки

Подзадача	Баллы	Ограничения	Необходимые подзадачи
1	25	$n \leq 3$	
2	35	$n \leq 20$	1
3	40	$n \leq 10^5$	1, 2

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи и необходимых подзадач успешно пройдены, а также решение **корректно работает на примерах из условия**.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2	1
100 78	2
100 47	1
	1

## Задача D. Any Percent

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	0.5 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Один известный в узких кругах спидранер нашёл игру, где ему нужно победить босса за человека-кружку.

Игрок и босс ходят по очереди, игрок ходит первым. У игрока есть два типа ударов. Первый тип наносит  $A$  единиц урона по боссу. Второй тип удара наносит  $B$  единиц урона по боссу и «оглушает» его на один ход, то есть в этот ход босс не наносит ответного удара.

Например, если в свой первый ход игрок выполнит удар второго типа, то босс получит  $B$  единиц урона и пропустит свой первый ход. Если после этого в свой второй ход игрок снова выполнит удар второго типа, то босс получит ещё  $B$  единиц урона и пропустит свой второй ход. Если затем игрок выполнит удар первого типа, то босс получит  $A$  единиц урона, и в свой третий ход он будет атаковать.

В свой ход босс наносит одну единицу урона игроку, если, конечно, этот ход босс не пропускает.

Всего у босса  $X$  здоровья, а у игрока —  $Y$  здоровья. То есть, игрок побеждает сразу же, как только после его хода боссу будет нанесён суммарный урон не меньше, чем в  $X$  единиц. Игрок проигрывает, как только босс нанесёт ему суммарно  $Y$  единиц урона.

Так как спидранеру хочется пройти эту игру как можно быстрее, сообщите, за какое минимальное число ходов можно выиграть в этой игре.

### Формат входных данных

В первой строке дано целое число  $A$  — сила удара первого типа ( $1 \leq A \leq 2 \cdot 10^9$ ).

Во второй строке дано целое число  $B$  — сила удара второго типа ( $1 \leq B \leq 2 \cdot 10^9$ ).

В третьей строке дано целое число  $X$  — количество здоровья босса ( $1 \leq X \leq 2 \cdot 10^9$ ).

В четвёртой строке дано целое число  $Y$  — количество здоровья игрока ( $1 \leq Y \leq 2 \cdot 10^9$ ).

### Формат выходных данных

В единственной строке выведите одно целое число — минимальное число ходов, за которое игрок может выиграть.

### Система оценки

В этой задаче 20 тестов, каждый тест независимо оценивается в 5 баллов. Тестовый пример не входит в это число и оценивается в 0 баллов.

Гарантируется, что в тестах 1–10 вводимые числа не больше 100.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
5	6
3	
18	
1	

## Задача Е. Баня

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Вот и подходит выходной на сборах программистов. «Это необходимо отметить», — подумал Вадим, после чего решил пригласить всех участников сборов в баню. К сожалению, никто не пойдёт в баню, пока не наберётся подходящая по размеру компания. Так, Семён решится пойти, если уже собрались хотя бы 2 человека, а Валя согласится, если пойдут не менее 3 участников сборов; Ваня же готов идти, когда в компании уже будут 2 любых программиста.

«Так никто не соберётся», — заметил Вадим, поэтому решил разработать небольшую стратегию. Он может потратить одну минуту для того, чтобы лично уговорить одного из участников сборов пойти в баню. После этого общей компанией они могут подойти к другому участнику, и, если он увидит достаточную по размеру для него компанию, то присоединится к ней без разговоров, иначе придётся потерять ещё минуту на его уговор.

Время работы бани в выходной сильно ограничено, поэтому нужно закончить уговоры как можно быстрее. Помогите Вадиму найти минимально возможное время в минутах, которое он потратит на сбор компании.

### Формат входных данных

В первой строке дано одно целое число  $N$  — количество программистов на сборах, помимо Вадима ( $1 \leq N \leq 10^5$ ).

Во второй строке через пробел даны  $N$  целых чисел  $f_i$ , обозначающих наименьшее число людей в компании, при котором  $i$ -й участник сборов пойдёт в баню без уговоров ( $1 \leq f_i \leq 10^9$ ).

### Формат выходных данных

В единственной строке выведите одно число — минимально возможное потраченное на уговоры время для того, чтобы в баню пошли все участники сборов.

### Система оценки

Подзадача	Баллы	Ограничения	Необходимые подзадачи
1	30	$N \leq 10^3$ , все $f_i$ равны	
2	30	$N \leq 10^3$	1
3	40	$N \leq 10^5$	1, 2

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи и необходимых подзадач успешно пройдены, а также решение **корректно работает на примерах из условия**.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
3 2 3 2	1

### Замечание

В первом примере Вадиму достаточно уговорить только Семёна, после этого вдвоём подойти к Ване, который согласится пойти в баню без уговоров, а затем пойти к Вале, который также без проблем присоединится к компании.

## Задача F. Урок физкультуры

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	0.5 секунд
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

На уроке физкультуры классу из  $N$  человек было сказано построиться в одну шеренгу и расчитаться на 1-й, 2-й, 3-й, ...,  $(K - 1)$ -й,  $K$ -й. Это означает, что первые  $K$  школьников крикнут «первый», «второй», «третий», ..., « $K$ -й»,  $(K + 1)$ -й выкрикнет «первый»,  $(K + 2)$ -й — «второй», и так далее.

Посчитайте сумму всех произнесённых чисел.

### Формат входных данных

В первой и единственной строке через пробел даются два целых числа  $N$  и  $K$  — количество детей в классе и число, на которое им нужно расчитаться ( $2 \leq N \leq 10^9$ ,  $1 \leq K \leq N$ ).

### Формат выходных данных

В единственной строке выведите одно целое число — сумму всех произнесённых чисел.

### Система оценки

Подзадача	Баллы	Ограничения	Необходимые подзадачи
1	15	$N \leq 10^5, K \leq 2$	
2	20	$N \leq 10^5, K \leq N$	1
3	30	$N \leq 10^9, K \leq 2$	1
4	35	$N \leq 10^9, K \leq N$	1, 2, 3

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи и необходимых подзадач успешно пройдены, а также решение **корректно работает на примерах из условия**.

### Примеры

стандартный ввод	стандартный вывод
3 1	3
3 2	4

### Замечание

В первом примере все школьники выкрикнут «первый». Во втором примере первый и третий ученики выкрикнут «первый», а второй — «второй».

## Задача G. Пары по алгоритмам

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	2 секунды
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Семён на парах по алгоритмам любит давать своим ученикам одну и ту же задачу. Сегодня мы предлагаем вам попробовать её решить.

Он пишет на доске  $N$  натуральных чисел. Потом по одному вызывает учеников к доске, и просит их произвести с записанными числами однотипное «преобразование». Выполняется оно следующим образом:

1. Ученик находит наибольшее число  $M$  из выписанных на доске.
2. Для каждого числа от 1 до  $M$  включительно он считает, сколько на доске есть чисел, больших либо равных ему.
3. Получившиеся  $M$  чисел он записывает на доске, после чего стирает все исходные числа.

Сегодня на паре  $K$  учеников, поэтому такое «преобразование» выполнится  $K$  раз: сначала будет преобразован исходный набор, затем тот, который получится после первого преобразования, и так далее.

От вас требуется найти последовательность чисел, которая останется после выходов к доске всех  $K$  учеников.

### Формат входных данных

В первой строке через пробел даны два целых числа  $N$  и  $K$  — количество чисел на доске и количество учеников на паре ( $1 \leq N \leq 10^5$ ,  $1 \leq K \leq 10^{18}$ ).

Во второй строке через пробел дан набор из  $N$  целых чисел  $A_1, A_2, \dots, A_N$  в неубывающем порядке ( $1 \leq A_i \leq 10^5$ ).

### Формат выходных данных

В единственной строке выведите через пробел все числа, которые будут записаны на доске после  $K$  преобразований, в порядке неубывания.

### Система оценки

Подзадача	Баллы	Ограничения	Необходимые подзадачи
1	30	$N, A_i \leq 10^3, K \leq 10^3$	
2	20	$N, A_i \leq 10^4, K \leq 10^4$	1
3	50	$N, A_i \leq 10^5, K \leq 10^{18}$	1, 2

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи и необходимых подзадач успешно пройдены, а также решение **корректно работает на примерах из условия**.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
4 1 1 1 3 4	1 2 2 4

### Замечание

В первом примере результат строится так: максимальное число из набора — 4; есть 4 числа, больших либо равных 1, 2 числа, больших либо равных 2, 2 числа, больших либо равных 3 и 1 число, большее либо равное 4. В итоге получается набор  $\{1, 2, 2, 4\}$ .

## Задача Н. Баба Марья

Имя входного файла:	стандартный ввод
Имя выходного файла:	стандартный вывод
Ограничение по времени:	1 секунда
Ограничение по памяти:	256 мегабайт

Баба Марья живёт в огромном старом доме. В нём  $M$  этажей, на каждом этаже есть  $N$  окон, расположенных в ряд, и суммарно  $Q$  квартир на всех этажах. Дом построен так, что каждое окно относится ровно к одной квартире, и каждая квартира находится ровно на одном этаже и занимает **не меньше** одного окна из ряда.

Дом уже давно устарел, и вентиляция не ахти, поэтому запахи свободно гуляют вверх и вниз через потолок и пол, а также внутри одной квартиры. Однако они не могут пройти через стену между двумя соседними квартирами на этаже.

Баба Марья купила новый аромат от *la boca de la cosa* и хочет провонять им как можно больше квартир, распылив его в одной из квартир (у неё есть соседки-подружки по всему дому, поэтому проблемы в том, чтобы попасть куда-то, нет). Помогите бабе Марье посчитать ответ на задачу — наибольшее число квартир, в которых можно распылить запах.

### Формат входных данных

В первой строке через пробел даны три целых числа  $M$ ,  $N$  и  $Q$  — количество этажей в доме, количество окон на этаже и количество квартир в доме ( $1 \leq M \leq 10^5$ ,  $1 \leq N \leq 10^5$ ,  $M \leq Q \leq \min(M \cdot N, 5 \cdot 10^5)$ ).

В следующих  $M$  строках описываются квартиры всех этажей с первого по  $M$ -й. Каждая строка начинается с целого числа  $k_i$ , которое означает количество квартир на  $i$ -м этаже ( $1 \leq k_i \leq N$ ). После него через пробел следуют  $k_i$  целых чисел  $w_{ij}$  — ширина  $j$ -й квартиры на  $i$ -м этаже, т.е. количество окон в очередной квартире ( $1 \leq w_{ij} \leq N$ ). Гарантируется, что  $\sum_{j=1}^{k_i} w_{ij} = N$  и  $\sum_{i=1}^M k_i = Q$ , то есть суммарная ширина квартир на одном этаже равна  $N$ , и суммарное количество квартир в доме равно  $Q$ .

### Формат выходных данных

Выведите одно целое число — наибольшее количество квартир, в которых можно распылить запах.

### Система оценки

Подзадача	Баллы	Ограничения	Необходимые подзадачи
1	20	$N = 2$	
2	20	$M = 2$	
3	25	$M \cdot N \leq 10^5$	
4	35	$M \leq 10^5, N \leq 10^5$	1, 2, 3

Баллы за каждую подзадачу начисляются только в случае, если все тесты для этой подзадачи и необходимых подзадач успешно пройдены, а также решение **корректно работает на примерах из условия**.

### Пример

стандартный ввод	стандартный вывод
2 4 5 2 3 1 3 1 2 1	3

### Замечание

Иллюстрация к примеру:

