

## 2.6. Олимпиада имени академика И.В.Курчатова (отборочный тур олимпиады Росатом), 11 класс

1. В выражении  $(2x^6 + 3)(1 - x^3)^{14}$  раскрыли все скобки и привели подобные при одинаковых степенях  $x$ . Укажите значение коэффициента при  $x^{42}$ .

2. Найти максимально возможный радиус круга на плоскости, не содержащего внутри себя точек, координаты  $(x; y)$  которых удовлетворяют системе

$$\text{уравнений : } \begin{cases} \cos^2 \frac{\pi}{12} + \cos^2 x + \cos^2 \left( x + \frac{\pi}{12} \right) = 1 + 2 \cos \frac{\pi}{12} \cos \left( x + \frac{\pi}{12} \right) \\ \sin 2y + \cos 2y + \sin y + \cos y + 1 = 0 \end{cases} .$$

3. Найти три целых числа  $x, y, z$  на отрезке  $[100; 300]$ , для которых

$\text{НОД}(x, y) = 3$ ,  $\text{НОД}(z, y) = 8$ ,  $\text{НОД}(x, z) = 7$ , а величина  $x + y + z$

принимает наименьшее возможное значение.

4. При каких целых  $a$  и  $b$  уравнение  $x^3 + 3x^2 + ax + b = 0$  имеет три различных корня на отрезке  $[-2; 1]$ , являющихся последовательными членами

арифметической прогрессии?

5. При каких значениях  $a$  система уравнений  $\begin{cases} 2|x - a + 3| + |2y + a| = 4 \\ (x - y + 3)(x - y + 6) = 0 \end{cases}$  имеет ровно два решения?

6. Вершины правильного треугольника лежат на трех концентрических окружностях радиусов 3, 4, 5 соответственно. Найти площадь треугольника.