Олимпиада «Океан знаний» — 2018. Очный отборочный тур.

1. Функция $f(x), x \in \mathbb{R}$ удовлетворяет условиям:
$$f(0) = 0, \quad f(x+1) \leq f(x) + 1, \ \ f(x+2018) \geq f(x) + 2018 \text{ для всех } x \in \mathbb{R}.$$
Найти $f(2018)$.

2. Найти натуральные числа x, y такие, что $y^x = (xy)^y$.

3. В многочлене $p(x) = 1 + x + x^2 + \ldots + x^n$ сделали замену переменной $x = y + 1$, получив многочлен $q(y) = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + \ldots + a_n y^n$. Чему равна сумма $a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_n$?

4. Числовая последовательность задана рекуррентно: $x_1 = 2, \ \ x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1, \ \ n = 1, 2, \ldots$ Доказать, что
$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_{2018}} < 1.$$

5. Внутри треугольника ABC выбрана точка O такая, что $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} = 0$. Найти отношение площадей треугольников ABC и AOC.

Олимпиада «Океан знаний» — 2018. Очный отборочный тур.

1. Функция $f(x), x \in \mathbb{R}$ удовлетворяет условиям:
$$f(0) = 0, \quad f(x+1) \leq f(x) + 1, \ \ f(x+2018) \geq f(x) + 2018 \text{ для всех } x \in \mathbb{R}.$$
Найти $f(2018)$.

2. Найти натуральные числа x, y такие, что $y^x = (xy)^y$.

3. В многочлене $p(x) = 1 + x + x^2 + \ldots + x^n$ сделали замену переменной $x = y + 1$, получив многочлен $q(y) = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + \ldots + a_n y^n$. Чему равна сумма $a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_n$?

4. Числовая последовательность задана рекуррентно: $x_1 = 2, \ \ x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1, \ \ n = 1, 2, \ldots$ Доказать, что
$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_{2018}} < 1.$$

5. Внутри треугольника ABC выбрана точка O такая, что $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} = 0$. Найти отношение площадей треугольников ABC и AOC.

Олимпиада «Океан знаний» — 2018. Очный отборочный тур.

1. Функция $f(x), x \in \mathbb{R}$ удовлетворяет условиям:
$$f(0) = 0, \quad f(x+1) \leq f(x) + 1, \ \ f(x+2018) \geq f(x) + 2018 \text{ для всех } x \in \mathbb{R}.$$
Найти $f(2018)$.

2. Найти натуральные числа x, y такие, что $y^x = (xy)^y$.

3. В многочлене $p(x) = 1 + x + x^2 + \ldots + x^n$ сделали замену переменной $x = y + 1$, получив многочлен $q(y) = a_0 + a_1 y + a_2 y^2 + \ldots + a_n y^n$. Чему равна сумма $a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_n$?

4. Числовая последовательность задана рекуррентно: $x_1 = 2, \ \ x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1, \ \ n = 1, 2, \ldots$ Доказать, что
$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_{2018}} < 1.$$

5. Внутри треугольника ABC выбрана точка O такая, что $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} = 0$. Найти отношение площадей треугольников ABC и AOC.