

Олимпиада «Океан знаний»

Дистанционный отборочный тур — 2017

1. Студенты ДВФУ поехали кататься на мотоциклах, выехав одновременно из одного места. Первый сначала едет по шоссе со скоростью 40 км/ч, затем сворачивает на проселок, пересекающий шоссе под прямым углом и движется по нему со скоростью 30 км/ч. Второй движется напрямик в некоторую точку на проселке, где догоняет первого. Какова наименьшая возможная скорость второго?
2. Квадратичная функция $f(x) = ax^2 + bx + c$, $x \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ такова, что $\min f = 0$,

$$f(x - 4) = f(2 - x), \quad f(x) \geq x, \quad x \in \mathbb{R}; \quad f(x) \leq \left(\frac{x + 1}{2}\right)^2, \quad x \in (0, 2).$$

Найти максимальное значение $p > 1$ такое, что для некоторого q справедливо неравенство $f(x + q) \leq x$, $x \in [1, p]$.

3. Студент-математик за пять лет учебы сдал 31 экзамен. В каждом следующем году он сдавал больше экзаменов, чем в предыдущем. На пятом курсе экзаменов втрое больше, чем на первом. Сколько экзаменов на четвертом курсе?
4. Какие две последние цифры в десятичной записи числа $2^5 + 2^{5^2} + 2^{5^3} + \dots + 2^{5^{2017}}$?
5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1, BB_1, CC_1 . Доказать, что периметр треугольника $A_1B_1C_1$ не больше половины периметра треугольника ABC .