

Олимпиада «Океан знаний» — 2018. Очный отборочный тур.

1. Функция $f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ удовлетворяет условиям:

$$f(0) = 0, \quad f(x+1) \leq f(x) + 1, \quad f(x+2018) \geq f(x) + 2018 \text{ для всех } x \in \mathbb{R}.$$

Найти $f(2018)$.

2. Найти натуральные числа x, y такие, что $y^x = (xy)^y$.
3. В многочлене $p(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^n$ сделали замену переменной $x = y + 1$, получив многочлен $q(y) = a_0 + a_1y + a_2y^2 + \dots + a_ny^n$. Чему равна сумма $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$?
4. Числовая последовательность задана рекуррентно: $x_1 = 2, \quad x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1, \quad n = 1, 2, \dots$. Доказать, что

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_{2018}} < 1.$$

5. Внутри треугольника ABC выбрана точка O такая, что $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} = 0$. Найти отношение площадей треугольников ABC и AOC .
-

Олимпиада «Океан знаний» — 2018. Очный отборочный тур.

1. Функция $f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ удовлетворяет условиям:

$$f(0) = 0, \quad f(x+1) \leq f(x) + 1, \quad f(x+2018) \geq f(x) + 2018 \text{ для всех } x \in \mathbb{R}.$$

Найти $f(2018)$.

2. Найти натуральные числа x, y такие, что $y^x = (xy)^y$.
3. В многочлене $p(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^n$ сделали замену переменной $x = y + 1$, получив многочлен $q(y) = a_0 + a_1y + a_2y^2 + \dots + a_ny^n$. Чему равна сумма $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$?
4. Числовая последовательность задана рекуррентно: $x_1 = 2, \quad x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1, \quad n = 1, 2, \dots$. Доказать, что

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_{2018}} < 1.$$

5. Внутри треугольника ABC выбрана точка O такая, что $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} = 0$. Найти отношение площадей треугольников ABC и AOC .
-

Олимпиада «Океан знаний» — 2018. Очный отборочный тур.

1. Функция $f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ удовлетворяет условиям:

$$f(0) = 0, \quad f(x+1) \leq f(x) + 1, \quad f(x+2018) \geq f(x) + 2018 \text{ для всех } x \in \mathbb{R}.$$

Найти $f(2018)$.

2. Найти натуральные числа x, y такие, что $y^x = (xy)^y$.
3. В многочлене $p(x) = 1 + x + x^2 + \dots + x^n$ сделали замену переменной $x = y + 1$, получив многочлен $q(y) = a_0 + a_1y + a_2y^2 + \dots + a_ny^n$. Чему равна сумма $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$?
4. Числовая последовательность задана рекуррентно: $x_1 = 2, \quad x_{n+1} = x_n^2 - x_n + 1, \quad n = 1, 2, \dots$. Доказать, что

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_{2018}} < 1.$$

5. Внутри треугольника ABC выбрана точка O такая, что $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} = 0$. Найти отношение площадей треугольников ABC и AOC .