

Олимпиада «Океан знаний» — 2018

1. Профессора кафедры математического моделирования ДВФУ в прошлом учебном году поставили 6480 двоек, тем самым перевыполнив взятые на себя в начале года обязательства. В следующем учебном году число профессоров увеличилось на 3, и каждый из них стал ставить больше двоек. В результате был поставлен новый рекорд для закрытых помещений: 11200 двоек за год. Сколько профессоров было первоначально, если каждый профессор выставляет в сессию такое же количество двоек, что и другие?
2. Найти натуральные числа  $n$  такие, что для всех положительных чисел  $a, b, c$ , удовлетворяющих неравенству

$$n(ab + bc + ca) > 5(a^2 + b^2 + c^2)$$

найдется треугольник со сторонами  $a, b, c$ .

3. Последовательность многочленов задается условиями:

$$P_0(x) = 1, P_1(x) = x, P_{n+1}(x) = xP_n(x) - P_{n-1}(x), n = 1, 2, \dots$$

Сколько различных действительных корней имеет многочлен  $P_{2018}(x)$ ?

4. На одной из сторон прямоугольного треугольника  $ABC$ , катеты которого равны 1, выбрана точка  $P$ . Найти максимальное значение  $PA \cdot PB \cdot PC$ .
5. Степашка, отмечая победу в олимпиаде «Океан знаний», разлил шампанское по 2018 бокалам. Справедливый Хрюша пытается добиться, чтобы во всех бокалах было налито одинаково. Он берет два бокала и уравнивает количество шампанского в них. Сможет ли Степашка разлить так, чтобы попытки Хрюши оказались тщетными?

Олимпиада «Океан знаний» — 2018

1. Профессора кафедры математического моделирования ДВФУ в прошлом учебном году поставили 6480 двоек, тем самым перевыполнив взятые на себя в начале года обязательства. В следующем учебном году число профессоров увеличилось на 3, и каждый из них стал ставить больше двоек. В результате был поставлен новый рекорд для закрытых помещений: 11200 двоек за год. Сколько профессоров было первоначально, если каждый профессор выставляет в сессию такое же количество двоек, что и другие?
2. Найти натуральные числа  $n$  такие, что для всех положительных чисел  $a, b, c$ , удовлетворяющих неравенству

$$n(ab + bc + ca) > 5(a^2 + b^2 + c^2)$$

найдется треугольник со сторонами  $a, b, c$ .

3. Последовательность многочленов задается условиями:

$$P_0(x) = 1, P_1(x) = x, P_{n+1}(x) = xP_n(x) - P_{n-1}(x), n = 1, 2, \dots$$

Сколько различных действительных корней имеет многочлен  $P_{2018}(x)$ ?

4. На одной из сторон прямоугольного треугольника  $ABC$ , катеты которого равны 1, выбрана точка  $P$ . Найти максимальное значение  $PA \cdot PB \cdot PC$ .
5. Степашка, отмечая победу в олимпиаде «Океан знаний», разлил шампанское по 2018 бокалам. Справедливый Хрюша пытается добиться, чтобы во всех бокалах было налито одинаково. Он берет два бокала и уравнивает количество шампанского в них. Сможет ли Степашка разлить так, чтобы попытки Хрюши оказались тщетными?