

## Олимпиада «Океан знаний»

### Дистанционный отборочный тур — 2017

1. Студенты ДВФУ поехали кататься на мотоциклах, выехав одновременно из одного места. Первый сначала едет по шоссе со скоростью 40 км/ч, затем сворачивает на проселок, пересекающий шоссе под прямым углом и движется по нему со скоростью 30 км/ч. Второй движется напрямик в некоторую точку на проселке, где догоняет первого. Какова наименьшая возможная скорость второго?
2. Квадратичная функция  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ,  $x \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$  такова, что  $\min f = 0$ ,

$$f(x - 4) = f(2 - x), \quad f(x) \geq x, \quad x \in \mathbb{R}; \quad f(x) \leq \left(\frac{x+1}{2}\right)^2, \quad x \in (0, 2).$$

Найти максимальное значение  $p > 1$  такое, что для некоторого  $q$  справедливо неравенство  $f(x + q) \leq x$ ,  $x \in [1, p]$ .

3. Студент-математик за пять лет учебы сдал 31 экзамен. В каждом следующем году он сдавал больше экзаменов, чем в предыдущем. На пятом курсе экзаменов втрое больше, чем на первом. Сколько экзаменов на четвертом курсе?
4. Какие две последние цифры в десятичной записи числа  $2^5 + 2^{5^2} + 2^{5^3} + \dots + 2^{5^{2017}}$ ?
5. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AA_1, BB_1, CC_1$ . Доказать, что периметр треугольника  $A_1B_1C_1$  не больше половины периметра треугольника  $ABC$ .