

1. Докажите, что если $\sin \alpha = 4 \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\gamma}{2}$, то треугольник с углами α, β и γ равнобедренный.

2. Найдите решение системы

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, & a > 0, \\ z^2 + t^2 = b^2, & b > 0, \\ xt + yz = ab, \end{cases}$$

для которого величина $x + z$ принимает наибольшее значение.

3. Все коэффициенты квадратного трёхчлена – нечётные целые числа. Докажите, что у него нет рациональных корней.

4. На сторонах остроугольного треугольника найдите три точки, являющиеся вершинами треугольника с минимальным периметром.

5. Точка E – середина ребра BB_1 куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Найдите тангенс угла между прямыми AE и CA_1 .