

11 класс
Вариант 1

- 1) На 5 листах бумаги написаны 10 первых натуральных чисел (все числа использованы и записаны по одному на каждой стороне). Оказалось, что на любом листке одно из чисел кратно другому. Листки бумаги выложены на стол так, что видно только верхнюю сторону каждого из них. На каком количестве листков мы можем гарантированно определить записанное на нижней стороне число?
- 2) На межгалактические студенческие спортивные игры все команды (одинаковые по численности) добирались двумя способами. Некоторые команды заняли все места в 5-местных и одном 2-местном помещении космического корабля «Бельчонок-I». Другие команды заняли все места в 7-местных и одном 4-местном помещении космического корабля «Бельчонок-II». Найдите количество студентов в командах, если занятых 7-местных помещений оказалось на одно больше, чем занятых 5-местных.
- 3) Дано число $N = 125^3 \cdot (106^2 - 102^2) + 106^3 \cdot (102^2 - 125^2) + 102^3 \cdot (125^2 - 106^2)$. Существует ли у N хотя бы три различных нечётных натуральных делителя?
- 4) ABC – прямоугольный треугольник с гипотенузой AB , в котором проведены трисектрисы острых углов AK , AL , BM и BN , а P – точка пересечения ближайших к AB трисектрис AL и BN . Докажите, что $\triangle KMP$ – равносторонний. (Трисектрисы угла – два луча, проходящих внутри угла и делящие его на три равные части.)
- 5) При каких значениях n квадратную доску $n \times n$ можно разрезать по клеткам на квадратики 2×2 и 5×5 клеток?

11 класс
Вариант 2

- 1) На 5 листах бумаги написаны 10 первых натуральных чисел (все числа использованы и записаны по одному на каждой стороне). Оказалось, что на любом листке одно из чисел кратно другому. Листки бумаги выложены на стол так, что видно только верхнюю сторону каждого из них. Какое минимальное количество листков надо перевернуть, чтобы гарантировано можно было определить все записанные числа на нижних сторонах?
- 2) На межгалактические студенческие спортивные игры все команды (одинаковые по численности) добирались двумя способами. Некоторые команды заняли все места в 3-местных и одном 4-местном помещении космического корабля «Бельчонок-I». Другие команды заняли все места в 5-местных и одном 2-местном помещении космического корабля «Бельчонок-II». Найдите количество студентов в командах, если 5-местных помещений оказалось на пять больше, чем занятых 3-местных.
- 3) Дано число $N = 125^3 \cdot (108^2 - 106^2) + 108^3 \cdot (106^2 - 125^2) + 106^3 \cdot (125^2 - 108^2)$. Существует ли у N хотя бы три различных нечетных натуральных делителя?
- 4) Около треугольника ABC описали окружность с центром в точке O , CH – высота этого треугольника, точка P – основание перпендикуляра, опущенного из точки C на AO . Прямые HP и BC пересекаются в точке M . Найдите $\frac{BM}{CM}$.
- 5) При каких значениях n квадратную доску $n \times n$ можно разрезать по клеткам на квадратики 2×2 и 3×3 клеток?