

ПЛЕХАНОВСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2014-2015

Заочный тур

11 класс

1. Двухзначное число равняется сумме числа его десятков и квадрата числа его единиц. Найти это число.

Ответ: 89.

2. Из пункта А в пункт Б с важным государственным поручением отправился Маленький Мук. Одновременно из пункта С, расположенного строго по середине между А и Б, в том же направлении, на Сивке-Бурке, с 15 мешками моркови, выехал Маяковский. Через 4 часа Маленький Мук догнал Маяковского, а еще через 2 часа он встретил Маяковского на своем обратном пути из Б в А (в пункте Б он не задерживался). Во сколько раз медленней, чем Маленький Мук перемещается Сивка-Бурка?

Ответ: 3

3. В один из выходных проходило три важных мероприятия для учеников 10 «Б» класса: окружная олимпиада по математике, окружная олимпиада по истории и день рождения Пети Иванова. В классе 25 человек, и каждый из них посетил только одно из перечисленных мероприятий. Известно, что:

- 13 человек прошли в окружной тур олимпиады по математике, из которых четверо были приглашены на день рождения к Пете.
- 11 человек прошли в окружной тур олимпиады по истории, и из них также четверо были приглашены на день рождения к Пете.
- Петя пригласил 10 человек, при этом сам он присутствовал на своем дне рождения.
- Один человек прошел в оба окружных тура олимпиад, и был приглашен на день рождения Пети.

Сколько школьников, не приглашенных на день рождения Пети, должны были выбирать между участием в олимпиаде по математике и олимпиаде по истории?

Ответ: 2

4. Дана четырехугольная призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, в основании которой лежит параллелограмм. Точка М – середина стороны АВ, точка К – середина стороны ВС. Отрезки АК и СМ пересекаются в точке Е. Найти отношение объемов пирамид $A_1 MBKE$ и $B_1 AECD$?

Ответ: 0,25

5. По плоскому полю протекает река шириной 1 км. Ее берега представляют собой две параллельные прямые. По разные стороны находятся два города, которые надо соединить дорогой и мостом. Мост должен быть перпендикулярен берегам реки и построен в таком месте, чтобы дорога имела наименьшую длину. Какова будет длина меньшей из двух частей дороги, соединяющей города с мостом, если расстояния от городов до берегов составляет 6 км и 9 км, а расстояние между городами вдоль реки равно 20 км?

Ответ: 10 км.

6. Решить уравнение:

$$\left| \sin \frac{\pi x}{2} - \frac{1}{2} \right| = \left| x - \frac{3}{4} \right| + \left| x - \frac{5}{4} \right|.$$

В случае нескольких решений, в ответе указать наибольший корень уравнения.

Ответ: 1

7. На числовой прямой цифрами 0 и 1 отмечают точки, соответствующие целым числам следующим образом:

- Точки, разность которых равна 8, отмечены одинаково
- Точки, соответствующие четным числам, отмечены одинаково
- Точки 157 и 15 отмечены 1.

Сколько способов отметить все целые числа таким образом?

Ответ: 8

8. Положительная функция $f(x)$ определена на всей числовой оси и удовлетворяет следующим условиям:

- $f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$;
- $f(a) + f(1/a) \leq 2$.

Найти значение выражения $f(2013)^{f(2014)}$.

Ответ: 1

9. Есть две корзины – маленькая и большая. В маленькой находится три шара – два черных и один белый, в большой корзине находится пять шаров – четыре черных и один белый. Проводится следующий эксперимент:

- (1) Из каждой корзины вытаскивается по одному шару, записывают цвет каждого шара и эти шары возвращаются обратно (каждый в ту корзину, из которой был вытасчен).
- (2) После этого в каждую корзину добавляют еще по два черных шара.
- (3) Шаги (1) и (2) повторяют бесконечное число раз.

Какова вероятность того, что каждый раз после извлечения шаров будут записаны цвета «белый и белый»? Ответ округлить до сотых.

Ответ: 0,17

10. Стороны треугольника ABC равны соответственно 4, 5, 7. На каждой стороне треугольника построен квадрат. Шесть вершин этих трех квадратов, не совпадающих с вершинами треугольника, образуют шестиугольник, три стороны которого равны сторонам исходного треугольника. Найти квадрат длины большей из оставшихся трех сторон шестиугольника.

Ответ: 132.